

# MERANIE ZÁKLADNÝCH PARAMETROV POLOVODIČOVÝCH MATERIÁLOV – HALLOV JAV

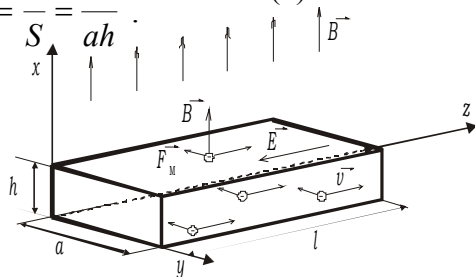
doc. Ing. Július Štelina, CSc.

## Teoretický úvod:

V praxi stojíme veľakrát pred úlohou stanoviť koncentráciu nosičov náboja a ich pohyblivosť v kove alebo v polovodiči. Ukazuje sa, že v takomto prípade je najvýhodnejšie využiť Hallov jav, ktorého podstata spočíva v tom, že vo vzorke, cez ktorú preteká elektrický prúd a tá je umiestnená v magnetickom poli, vzniká v kolmom smere určité (Hallovo) napätie.

Predstavme si vzorku materiálu v tvare hranolku (obr. 1) o dĺžke  $l$ , ktorou preteká prúd  $I$  v smere dlhšej strany. Potom prúdovú hustotu v nej môžeme vyjadriť vzťahom

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{ah} \quad (1)$$



obr. 1

Zvoľme súradnicový systém tak, ako je to znázornené na obr.1. Intenzita elektrického poľa  $E = E_z$  spôsobujúca elektrický prúd vo vzorke a indukcia magnetického poľa  $B = B_x$  sú na seba kolmé. Magnetické pole o indukcii  $\vec{B}$  vychyluje elektróny z roviny

určenej ich rýchlosťou  $\vec{v}$  a magnetickou indukciou  $\vec{B}$  silou, ktorú môžeme napísať ako

$$\vec{F}_M = -e[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (2)$$

Teda v prípade ako na obr. 1 bude sila  $\vec{F}_M$  orientovaná v smere  $-y$ . Vychýľované elektróny sa zhromažďujú na krajoch vzorky dovtedy, kým elektrické pole, ktoré samy vytvárajú, nevykompenzuje silový účinok magnetického poľa. Od tohoto okamihu sa ďalšie nosiče náboja nevychýľujú. V tomto ustálenom stave existuje teda vo vzorke priečne elektrické pole o intenzite  $E_y$ . Potom môžeme písať rovnicu

$$eE_y = evB \quad (3)$$

Keď vyjadríme prúdovú hustotu nosičov v smere osi „z“ vzťahom (pozri literatúru)

$$J = env \quad (4)$$

kde  $e$  je už uvažovaný náboj elektrónu,  $v$  je stredná rýchlosť nosičov náboja (elektrónov) v smere osi  $z$  a  $n$  je ich koncentrácia, t.j. počet na jednotku objemu. Stredná rýchlosť potom bude

$$v = \frac{J}{en} \quad (5)$$

Po dosadení tohoto vzťahu do vzťahu (3), môžeme elektrické pole v smere osi  $y$  vyjadriť

$$E_y = \frac{J}{en} B \quad (6)$$

Toto priečne pole vyvolá pozdĺž šírky vzorky potenciálny rozdiel  $U_H$  (tzv. Hallovo napätie), ktorý môžeme zmerať využitím kontaktov na bočných stenách vzorky.

Potom

$$U_H = aE_y = a \frac{J}{en} B \quad (7)$$

kde  $a$  je šírka vzorky v smere  $y$ . Keď využijeme rovnicu (1) a po dosadení za  $J$  môžeme Hallovo napätie vyjadriť vzťahom

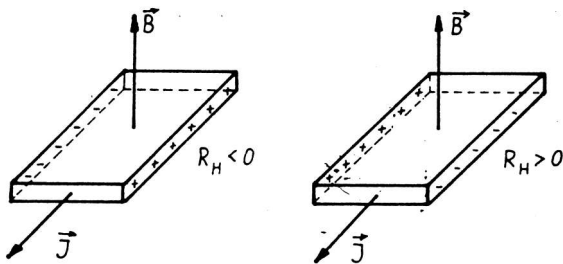
$$U_H = \frac{I}{enh} B = R_H \frac{IB}{h} \quad (8)$$

kde  $R_H = 1/en$  je Hallova konštanta. Toto odvedenie bolo založené na predpoklade, že nosiče náboja (elektróny) sú voľné, čo je dobre splnené pre kovy. Pre polovodiče, kde takéto priblíženie nie je úplne správne, dáva presná teória pre Hallovu konštantu ešte číselný faktor  $3/8\pi$ . Potom môžeme písať

$$\begin{array}{ll} \text{pre kovy} & \text{pre polovodiče} \\ R_H = \frac{1}{en} \quad (9), & R_H = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{en} \quad (10) \end{array}$$

Všimnime si ešte jednu skutočnosť. Ak budeme mať polovodič typu P, budú nosičmi elektrického prúdu diery. Ich vektor rýchlosti bude smerovať v zápornom smere osi z, teda opačne ako v prípade elektrónov. Avšak, vzhľadom na rovnicu (2) magnetická sila  $\vec{F}_M$  bude mať smer rovnaký ako v prípade elektrónovej vodivosti, preto zadná stena polovodičovej vzorky sa bude nabíjať kladným nábojom. Vzniknuté priečne elektrické pole  $E_y$  bude mať teda smer opačný ako v prípade elektrónovej vodivosti. Preto, z polarít Hallovoho napätia  $U_H$  môžeme usudzovať o aký typ vodivosti ide.

Je zvykom Hallovej konštanty prisudzovať podľa dohody znamienko súhlasné so znamienkom nosičov prúdu, t.j. u kovov a polovodiča typu N záporné a u polovodiča typu P kladné. Schématicky je situácia znázornená na obr. 2.



Obr. 2

Podľa znamienka Hallovej konštanty  $R_H$  je potom možné určiť typ polovodiča, t.j. či nosičmi elektrického náboja sú elektróny alebo diery. Inými slovami o aký typ vodivosti ide. Je zrejme, že pre určenie znamienka Hallovej konštanty by sme museli poznať smery jednotlivých vektorových veličín (t.j.  $\vec{B}, \vec{v}, \vec{E}$  atď.), a teda tiež polaritu zdroja pripojeného ku vzorke.

**Poznámka:** V tenkých vrstvách vzoriek typu kov-oxyd-polovodič (MOS-štruktúry), ktoré reprezentujú tzv. dvojrozmerné elektrónové štruktúry, pozoroval r. 1980 Klitzing kvantový Hallov jav. Za tento objav bol v r. 1985 odmenený Nobelovou cenou. Práca na báze kvantového Hallovoho javu ďalej rozvíjali Laughlin, Störmer a Tsui so vzorkami v silných magnetických poliach rádu 30 T v blízkosti absolútnej nuly t.j. 0 K = -273°C. Z ich prác vyplynulo, že v kvantovom Hallovom jave sa uplatňujú excitácie so zlomkovým elektrickým nábojom elektrónu (Nobelovu cenu získali v r. 1998).

### Metóda merania a postup pri meraní:

K meraniu elektrickej vodivosti a Hallovej konštanty použijeme vzorku tvaru hranolčeka, ku ktorej sú zhotovené prívodné elektródy tak, ako je to schématicky znázornené na obr.3. Prívody 1, 2 nazývame prúdovými kontaktami (sondami), prívody 3, 4 napät'ovými kontaktami. Hallovske napätie meriame medzi prívodmi 4, 5. Vzorkou necháme pretekať prúd, ktorého hodnotu nastavíme pomocou odporu  $R$  a jeho veľkosť odčítame na ampérmetri A. Úbytok napätia medzi sondami 3, 4 určíme číslicovým voltmetrom alebo iným meračom napätia s „bezprúdovým odberom“. Vodivosť polovodičovej vzorky určíme zo vzťahu

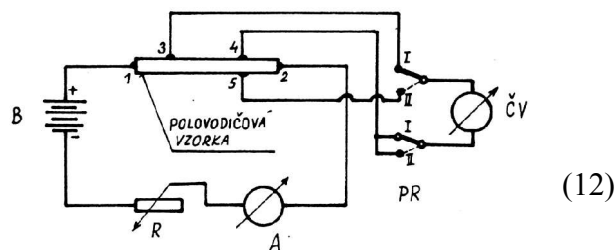
$$\sigma_i = \frac{l}{ah} \frac{I_i}{U_i} \quad \dots \quad [\Omega^{-1}m^{-1}] \quad (11)$$

V zmysle obr. 1 bude  $l$  vzdialenosť medzi napät'ovými kontaktami,  $a$  je šírka vzorky,  $h$  je hrúbka vzorky,  $I_i$  je prúd vzorkou,  $U_i$  je napätie na kontaktoch 3, 4.

Aby sme stanovili Hallovo napätie (kontakty 4, 5), prepneme prepínač PR do polohy II. Pri zvolenej hodnote prúdu vzorkou (rádovo miliampére) stanovíme číslicovým voltmetrom hodnotu napätia  $U_0$  na hallovských kontaktoch 4, 5. Potom vložíme vzorku do priečného magnetického poľa

( $B = 0,5 \text{ T}$ ). Prúd vzorkou sa v dôsledku magnetorezistencie trochu zmení, preto ho dostavíme na pôvodnú hodnotu. Číselným voltmetrom odmeriame napätie  $U'_{Hi}$  na hallovských sondách.

Skutočné Hallovo napätie dostaneme ako



Obr. 3

$$U_H = U'_{Hi} - U_{0i}$$

ktoré už môžeme využiť pre stanovenie Hallevej konštanty (vzťah (8)) a tým kurčenie koncentrácie nosičov podľa vzťahu (10). Z polarity Hallovoho napätia stanovíme typ vodivosti.

Zo vzťahu (8) môžeme tiež pre koncentráciu nosičov náboja písať

$$n_i = \frac{I_i B}{eh U_H} \dots [m^{-3}] . \quad (13)$$

Potom koncentráciu určíme aj bez výpočtu Hallevej konštanty.

Pre súvis mernej elektrickej vodivosti  $\sigma$ , koncentrácie  $n$  a pohyblivosti nosičov z teórie polovodičov vyplýva vzťah

$$\sigma = en\mu \quad (14)$$

kde pohyblivosť  $\mu$  je definovaná vzťahom

$$v_s = \mu E . \quad (15)$$

Keď je intenzita elektrického poľa  $E$  vo vzorke  $E = 1 \text{ V/m}$ , je pohyblivosť číselne rovná strednej rýchlosti nosičov elektrickej vodivosti. Vzťah (14) nám umožňuje určiť pohyblivosť nosičov, keď sme už určili  $\sigma$  a  $n$ .

**Poznámka:** Popísané meranie je možné rozšíriť, ak miesto permanentného magnetu použijeme elektromagnet, ktorý nám umožní realizovať meranie pri rôznych hodnotách  $B$ . Potom z grafickej závislosti  $U_H = f(B)_{I=\text{konšt.}}$ , môžeme ako smernicu určiť Hallovu konštantu.

### Úlohy:

1. Určtemernú vodivosť danej polovodičovej vzorky (InSb).
2. Určte veľkosť Hallovoho napätia pre rôzne hodnoty prúdu, ktorý preteká vzorkou pri danej hodnote magnetickej indukcie  $B$ . Závislosť  $U_H = f(I)_{B=\text{konšt.}}$  vyneste graficky.
3. Určte typ vodivosti danej polovodičovej vzorky.
4. Využitím vzťahov (8), (10), alebo vzťahu (13), stanovte koncentráciu nosičov v polovodičovej vzorke.
5. Z nameranej hodnoty vodivosti a koncentrácie podľa vzťahu (14) stanovte pohyblivosť nosičov prúdu.

### Spracovanie výsledkov.

Spracovanie výsledkov je výhodne urobiť z racionalizovaného postupu pri meraní, t.j. napred zmeriame napätie na kontaktoch 3, 4 (obr. 3, poloha prepínača I) pri danom prúde vzorkou, ktorý tečie v smere prúdových kontaktov. To nám umožňuje vypočítaťmernú vodivosť  $\sigma$  podľa vzťahu (11). Po prepnutí prepínača do polohy II (obr. 3) nameriame pri tom istom prúde vzorkou napätie  $U_0$  na kontaktoch 4, 5. Po vložení vzorky kolmo na vektor magnetickej indukcie  $\vec{B}$  do medzery permanentného magnetu ( $B = 0,4 \text{ T}$ ) zmeriame  $U'_{Hi}$  na tých istých kontaktoch 4, 5. Ak sa prúd

vzorkou trochu zmenil dostavíme ho na pôvodnú hodnotu. Hallovske napätie určíme zo vzťahu (12) ako rozdiel  $U'_{Hi}$  a  $U_{0i}$ . Namerané a vypočítané výsledky zapíšeme do tabuľky

$i$	$I_i$ [mA]	$U_i$ [mV]	$\sigma_i$	$\Delta_i$	$\Delta_i^2$	$U_{0i}$ [mV]	$U'_{Hi}$ [mV]	$U_H$ [mV]	$n_i$ [m <sup>-3</sup> ]	$\Delta_i$	$\Delta_i^2$
1			$\sigma_1$	$\Delta_1$	$\Delta_1^2 = \Delta_1 - \bar{\Delta}$						
2			$\sigma_2$	$\Delta_2$	.						
3			.	.	.						
4			.	.	.						
5			.	.	.						
.			.	.	.						
.			.	.	.						
.			.	.	.						
			$\bar{\sigma}$		$\sum \Delta_i^2$				$\bar{n}$		$\sum \Delta_i^2$

Podľa vzťahu (13) určíme koncentráciu nosičov v danej vzorke. Ďalej určíme stredné hodnoty a stredné kvadratické chyby pre mernú vodivosť a koncentráciu. Výsledky zapíšeme v tvare  $\sigma = \bar{\sigma} \pm \bar{\delta}_\sigma$ ;  $n = \bar{n} \pm \bar{\delta}_n$ . Pohyblivosť nosičov vo vzorke určíme podľa vzťahu (14), t.j.

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{\sigma}}{e\bar{n}} \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \right] \quad (16)$$

#### Kontrolné otázky:

1. Ako vyjadríme veľkosť prúdovej hustoty v polovodičov pomocou koncentrácie, pohyblivosti a intenzity elektrického poľa?
2. Ako vzniká Hallovo elektromotorické napätie?
3. Od čoho závisí polarita Hallovhho napätia?
4. Vysvetlite vznik Hallovhho napätia v prípade prítomnosti obidvoch typov nosičov.
5. Odvodte vzťah (11)!
6. Vysvetlite, ako zo závislosti  $U_H = f(B)_{I=\text{konšt}}$  je možné stanoviť Hallovu konštantu.
7. Čo je to pohyblivosť nosičov náboja?
8. Aký je vzťah medzi  $\sigma$ ,  $n$ ,  $\mu$ .

#### Úloha je prevzatá, doplnená a opravená, zo skrípt:

Doc. RNDr. Drahošlav Vajda, CSc., Doc. Ing. Július Štelina, CSc., RNDr. Jaroslav Kovár, Ing. Ctibor Musil, CSc., RNDr. Ivan Bellan, Doc. Ing. Igor Jamnický, CSc., „Návody k laboratórnym cvičeniam z fyziky“, vydala Žilinská univerzita vo vydavateľstve EDIS, 2. nezmenené vydanie, rok 2003.