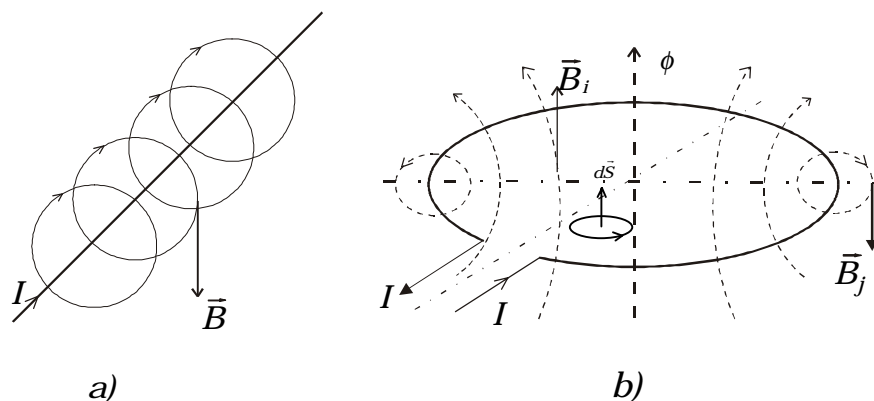


MERANIE INDUKČNOSTI CIEVKY S FEROMAGNETICKÝM JADROM (Ing. Ctibor Musil, CSc.)

Teoretický úvod:

V okolí vodiča, ktorým preteká elektrický prúd vzniká magnetické pole (obr. 1a), ktorého vektor magnetickej indukcie \vec{B} je možné určiť pomocou Biotovho-Savartovho zákona (3). Ak skrútime tento vodič do závitov, získame magnetické pole, ktoré je charakteristické tým, že smer vektora magnetickej indukcie \vec{B}_i v časti roviny ohraničenej závitom je opačný, ako v jeho okolí \vec{B}_j (obr. 1b).



Obr. 1

Vnútri závitov existuje preto magnetický tok ϕ , ktorý nazývame vlastným magnetickým tokom, lebo je budený vlastným prúdom závitov. Medzi prúdom závitov I a jeho vlastným magnetickým tokom ϕ je vzťah

$$\phi = LI, \quad (1)$$

kde L je koeficient vlastnej indukcie, skrátene samoindukčnosť, prípadne iba indukčnosť.

Jednotkou indukčnosti v sústave SI je Henry, značka H a jej fyzikálny rozmer je $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$.

Pre magnetický indukčný tok všeobecne platí

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (2)$$

kde \vec{B} je vektor magnetickej indukcie v mieste plôšky dS . Úpravou Biotovho-Savartovho zákona

$$\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \int \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} = \mu I \int \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{4\pi r^3} = \mu I \vec{K} \quad (3)$$

a dosadením za \vec{B} do (2) dostaneme pre magnetický indukčný tok

$$\phi = \mu I \int \vec{K} \cdot d\vec{S}.$$

Porovnaním vzťahu (2) so vzťahom (1) získame pre indukčnosť vzťah

$$L = \mu \int \vec{K} \cdot d\vec{S}.$$

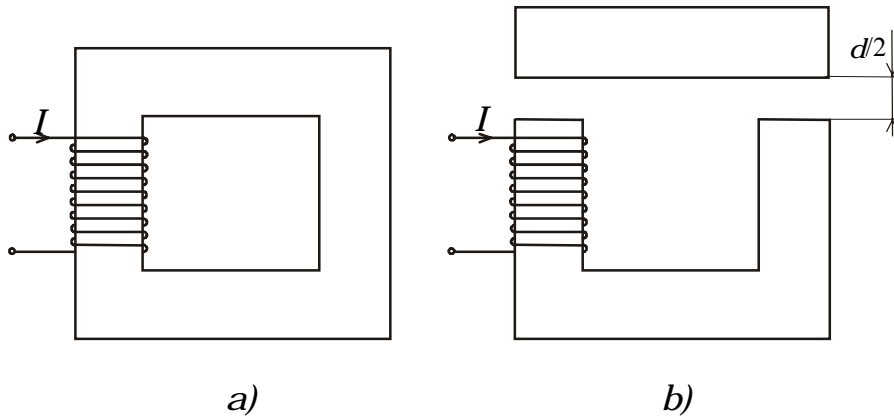
Z tohoto vzťahu vidíme, že koeficient indukčnosti L závisí od geometrie vodiča, vyjadruje to výraz $\int \vec{K} \cdot d\vec{S}$, a od magnetickej vlastnosti prostredia, ktoré sú vyjadrené magneticou permeabilitou μ .

V elektrických obvodoch je často požadovaná veľká indukčnosť niektorých prvkov. Zvýšenie indukčnosti sa dosiahne napríklad zväčšením počtu závitov, čím vznikne cievka, alebo použitím prostredia s vysokou hodnotou μ alebo obojím, čím vznikne cievka s jadrom. Vysokou

hodnotou μ sa vyznačujú najmä feromagnetické materiály, ktorých použitie k tomuto účelu je preto bežné. Feromagnetické materiály sú však charakteristické hysteréziou a stavom nasýtenia, čo vedie k závislosti μ od prúdu, ako naznačuje vzťah

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{B}{NI},$$

kde N je počet závitov cievky a I prúd cievkou.



Obr. 2

Na obr. 2a je naznačená cievka s uzavretým a na obr. 2b s otvoreným jadrom.

V obvode striedavého elektrického prúdu sa u takejto cievky uplatňujú tri mechanizmy strát.

Sú to:

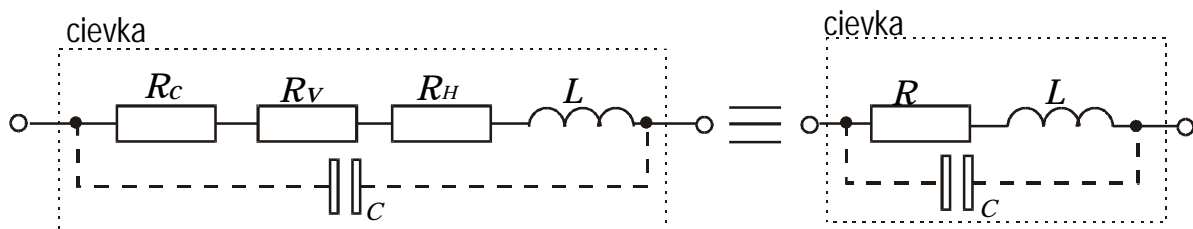
- A) straty na odpore vodiča cievky $P_c = R_c I^2$, kde R_c je rezistencia cievky;
- B) straty vírivými prúdmi v jadre $P_v = k_v \omega^2 I^2$, kde ω je uhlová frekvencia prúdu; a k_v je veličina závislá od geometrie a vodivosti jadra a od amplitúdy prúdu;
- C) hysterézne straty spôsobené periodickým premagnetovaním jadra $P_H = k_H \omega I^2$, k_H je veličina závislá od hmotnosti jadra, tvaru hysteréznej slučky a tým aj od amplitúdy prúdu.

Celkový stratový výkon je

$$P = P_c + P_v + P_H = R_c I^2 + k_v \omega^2 I^2 + k_H \omega I^2 = (R_c + k_v \omega^2 + k_H \omega) I^2.$$

Odtiaľto pre stratový odpor cievky s feromagnetickým jadrom dostávame vzťah

$$R = R_c + k_v \omega^2 + k_H \omega = R_c + R_v + R_H, \quad (4)$$



Obr. 3

ktorého zložky sa rôzne uplatnia podľa konkrétnych podmienok, predovšetkým závisia od frekvencie a amplitúdy prúdu.

Náhradná schéma takejto cievky je na obr. 3. V tejto schéme je zohľadnená i medzizávitová kapacita, ktorá býva malá a uplatňuje sa až pri vysokých frekvenciách. Preto ju v ďalšom nebudeme uvažovať.

Metóda merania:

Komplexný odpor cievky s náhradnou schémou podľa obr. 3 je

$$Z_c = R + j\omega L,$$

kde j je imaginárna jednotka.

Ak cievkou potečie striedavý prúd I vznikne na nej úbytok napätia

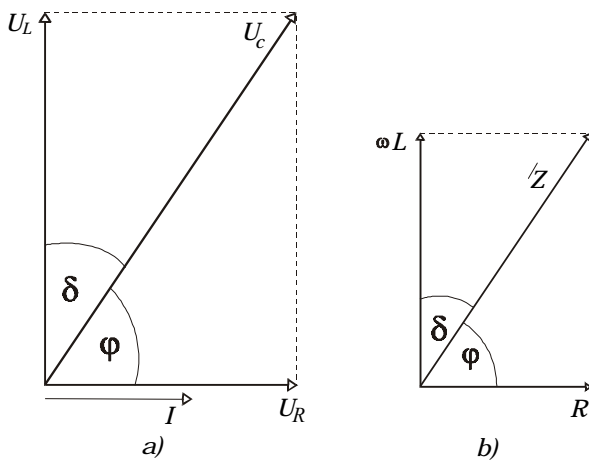
$$U_c = R \cdot I + j \cdot \omega L I = U_R + j U_L,$$

odkiaľ

$$L = \frac{U_L}{\omega I}. \quad (5)$$

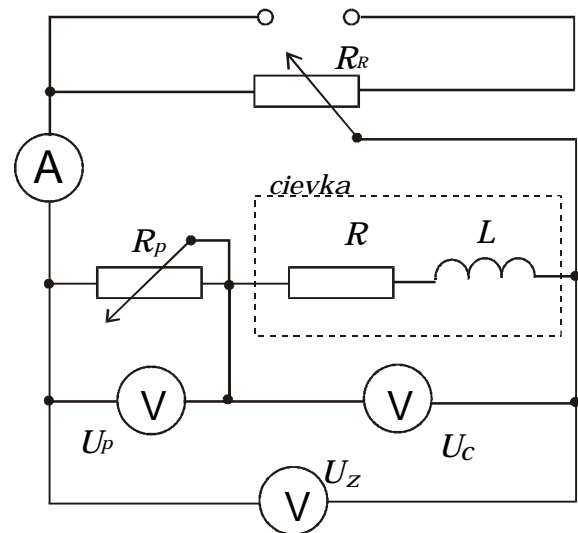
Vektorové diagramy prúdov, napätí a impedancií v Gaussovej rovine sú pre takúto cievku vyznačené na obr. 4.

Pre určenie indukčnosti potrebujeme poznať napätie U_L , ktoré však nie je meraním dostupné.



Obr. 4

Z diagramov a teórie vyplýva



Obr. 5

$$U_L = U_c \sin \varphi. \quad (6)$$

Napätie U_c na cievke môžeme zmerať. Ostáva nájsť uhol φ , respektíve $\sin \varphi$. Použijeme preto zapojenie podľa obr.5, v ktorom je k cievke do série pridaný pomocný odpor R_p . V takto upravenom zapojení meriame okrem U_c ešte U_p na pomocnom odpore R_p a celkové napätie U_Z . Ak vektormi týchto napätí doplníme obrázok 4a dostaneme vektorový diagram uvedený na obr.6, v ktorom sú plnými čiarami vyznačené tie napätia, ktoré je možné zmerať.

Z tohto diagramu sa pomocou kosinovej vety dá určiť hľadaný $\sin \varphi$:

$$U_Z^2 = U_p^2 + U_c^2 - 2U_p U_c \cos(\pi - \varphi) = U_p^2 + U_c^2 + 2U_p U_c \cos \varphi.$$

Odtiaľ pre $\sin \varphi$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \frac{\sqrt{4U_p^2 U_c^2 - (U_Z^2 - U_p^2 - U_c^2)^2}}{2U_p U_c}. \quad (7)$$

Po dosadení vzťahu (7) do vzťahu (6) a následne do vzťahu (5), dostávame pre indukčnosť výraz

$$L = \frac{1}{2U_p \omega I} \sqrt{4U_p^2 U_c^2 - (U_Z^2 - U_p^2 - U_c^2)^2} = \frac{R_p}{2\omega U_p^2} \sqrt{4U_p^2 U_c^2 - (U_Z^2 - U_p^2 - U_c^2)^2}. \quad (8)$$

Chyba merania veličín L a R súvisí s chybami merania napätí, uhlovej frekvencie a odporu. Výslednú chybu určíme pomocou parciálnych príspevkov jednotlivých veličín (pozri úlohu: “Vyhodnocovanie chyby merania“). Pretože vzťahy pre hľadané veličiny sú pomerne zložité, určíme chyby podľa zjednodušených vzťahov pre minimalizovanú chybu za predpokladov $U_p \approx U_c$ (dosiahne sa vhodným R_p), $tg\delta \ll 1$ a rovnakej relatívnej chyby merania všetkých napätí $\Delta U/U$

$$\frac{\Delta L}{L} = \left(\left[\frac{\Delta R_p}{R_p} \right]^2 + \left[\frac{\Delta \omega}{\omega} \right]^2 + \left[\frac{\Delta U}{U} \right]^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(\left[\frac{\Delta R_p}{R_p} \right]^2 + 2,4 \left[\frac{\omega L}{R} \right]^2 \left[\frac{\Delta U}{U} \right]^2 \right)^{1/2} \quad (11)$$

Ak nie sú splnené uvedené predpoklady, chyba merania rastie.

Kontrolné otázky:

1. Uveďte a vysvetlite Biotov-Savartov zákon pre výpočet hodnoty vektora magnetickej indukcie v okolí vodiča pretekaného elektrickým prúdom.
2. Ako je definovaný magnetický indukčný tok?
3. Ako súvisí magnetický indukčný tok kruhového závitov s elektrickým prúdom, ktorý závitom tečie?
4. Ako je definovaná indukčnosť vodiča a aká je jej jednotka?
5. Nakreslite a vysvetlite vektorový diagram napätí a prúdu v sériovom RL obvode.
6. Uveďte vzťah pre komplexný odpor sériového RL obvodu.
7. Vysvetlite, prečo L a R cievky s jadrom závisia od feromagnetických vlastností jej jadra.

Úloha je prevzatá, doplnená a opravená, zo skrípt:

Doc. RNDr. Drahoslav Vajda, CSc., Doc. Ing. Július Štelina, CSc., RNDr. Jaroslav Kovár, Ing. Ctibor Musil, CSc., RNDr. Ivan Bellan, Doc. Ing. Igor Jamnický, CSc. „Návody k laboratórnym cvičeniam z fyziky“, vydala Žilinská univerzita vo vydavateľstve EDIS, 2. nezmenené vydanie, rok 2003.