

Š TÚDIUM REZONANÈNÈHO SÈRIOVÈHO RLC OBVODU

doc. Ing. Július Š telina, CSc.

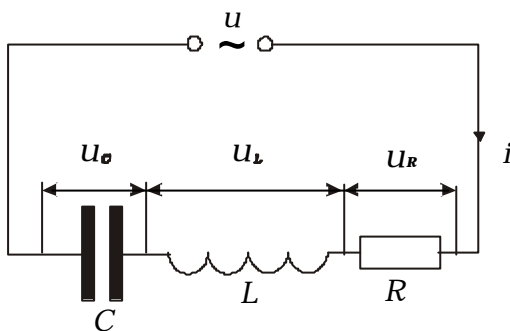
Teoretický úvod:

Paralelný a sériový RLC obvod je základnou časťou každého elektronického oscilátora, ktorý sa využíva v rádiotechnike, televíznej technike, rádiolokácii a pod.

V tejto úlohe sa zameriavame na vyšetrovanie vlastností sériového RLC obvodu, keď tento obvod pripojíme na zdroj striedavého elektromotorického napätia daného časovou závislosťou.

$$u = U_0 \sin(\omega t), \quad (1)$$

kde U_0 je maximálna hodnota napätia, ω uhlová frekvencia, t je čas ako nezávisle premenná.



Obr. 1

Obvod je schematicky znázornený na obr. 1.

Elektrický prúd, ktorý v danom okamihu bude pretekať obvodom uríme pomocou 2. Kirchhoffovho zákona. Pre elektrické napätia v obvode platí

$$u = u_R + u_L + u_C. \quad (2)$$

Ak do tejto rovnice dosadíme za jednotlivé napätia, po úprave dostaneme

$$U_0 \sin(\omega t) = L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} + Ri, \quad (3)$$

kde $u_L = L(di/dt)$, $u_C = -q/C$, $u_R = Ri$, ktoré reprezentujú okamžité hodnoty napätia na

cievke s indukčnosťou L , kondenzátora s kapacitou C a odporu s hodnotou R . q je okamžitá hodnota elektrického náboja na kondenzátore. Súčasne sme využili znamienkové konvencie, ktoré vyplývajú z metodiky riešenia elektrických obvodov. Keď rovnicu (3) zderivujeme podľa času súčasne využijeme známy vzťah pre okamžitú hodnotu elektrického prúdu $i = -dq/dt$ môžeme rovnicu (3) prepísať do tvaru

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \omega U_0 \cos(\omega t). \quad (4)$$

Je to diferenciálna rovnica druhého rádu s konštantnými koeficientami s pravou stranou. Formálne je zhodná s rovnicou vynútených mechanických harmonických kmitov, preto aj jej riešenie bude rovnakého typu (pozri napr. Hajko: Základy fyziky)

$$i = I_0 \exp\left(-\frac{R}{2L} t\right) \sin(\omega t - \mathbf{j}_v) + I_0 \sin(\omega t - \mathbf{j}). \quad (5)$$

Prvý exponenciálny člen predstavuje vlastné tlmené elektrické kmity, ktoré by v obvode prebiehali bez vonkajšieho zdroja napätia (napr. keby bol kondenzátor C nabitý nábojom Q a v danom okamihu by sme ho spinačom pripojili sériovému RL obvodu). Druhý člen v rovnici (5) predstavuje ustálený stav, keď vlastné tlmené kmity sú už utlmené a obvodom prechádza striedavý prúd, ktorý mu je vnútený vonkajším striedavým zdrojom s uhlovou frekvenciou ω .

Pretože budeme sériový RLC obvod študovať strvale pripojeným zdrojom napätia, bude nás zaujímať len ustálený stav t. j. prípad, keď prúd v obvode je daný vzťahom

$$i = I_0 \sin(\omega t - \mathbf{j}), \quad (6)$$

pre ktorého amplitúdu I_0 a fázový posuv \mathbf{j} voči napätiu vyplývajú z rovnice (4) t. j. vzťahy

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (7)$$

a

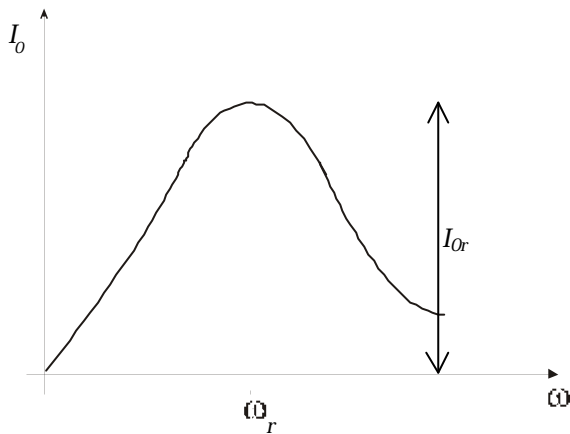
$$\operatorname{tg} \mathbf{j} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (8)$$

Veličinu

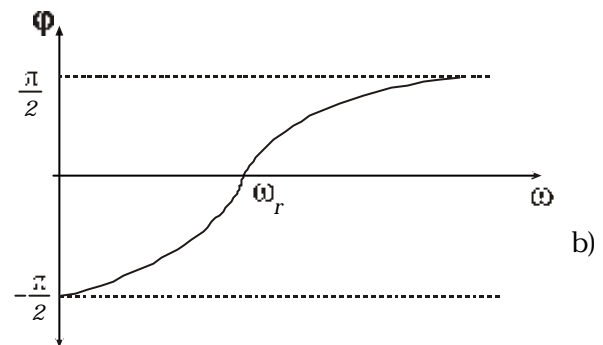
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (9)$$

nazývame impedanciou sériového RLC obvodu.

Ak napätie U_0 a prvky R , L , C budú nemenné, amplitúda prúdu I_0 a fázový posuv \mathbf{j} budú závislé len od uhlovej frekvencie ω vonkajšieho zdroja napätia. Tieto ich funkčné závislosti sú



Obr. 2a



Obr. 2b

graficky znázornené na obr. 2a, b.

Zo vzťahu (7) vidíme, že I_0 bude dosahovať maximálnu hodnotu pri takej uhlovej frekvencii, pre ktorú impedancia bude dosahovať minimálnu hodnotu, t.j. keď menovateľ bude minimálny. To je splnené vtedy, keď

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad (10)$$

alebo, keď je splnená podmienka, vyjadrená rovnicou

$$\omega = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (11)$$

Veličine ω_r hovoríme rezonančná uhlová frekvencia a rezonančnú frekvenciu f_r vyjadrujeme potom vzťahom ($\omega_r = 2\pi f_r$)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (12)$$

Zo vzťahu (8) súčasne vidíme, že fázový posuv za týchto podmienok je rovný nule t. j. $\mathbf{j} = \mathbf{j}_r = 0$. Amplitúda prúdu I_0 v obvode nadobudne hodnotu

$$I_{0r} = \frac{U_0}{R}. \quad (13)$$

Fyzikálnemu stavu, keď sú pre RLC obvod splnené vyššie uvedené podmienky, hovoríme *rezonancia* alebo inými slovami, že obvod je v *rezonancii*.

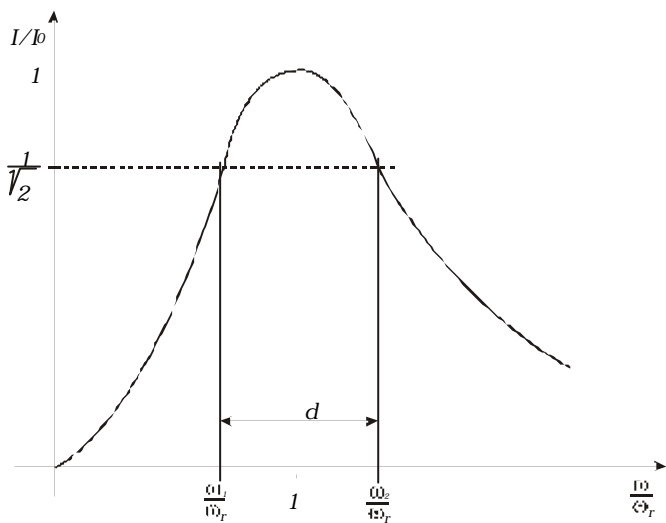
Napätia na cievke (ak je jej ohmický odpor zanedbateľný voči jej induktancii) a na kondenzátore majú amplitúdy

$$U_{LO} = \omega L I_0 \quad (14)$$

$$U_{CO} = I_0 / \omega C \quad (15)$$

Pri rezonancii, keď je splnená rovnica (10), sú amplitúdy (14), (15) rovnaké, ale ich maximálne hodnoty ležia mimo rezonančnej frekvencie.

RLC rezonančný obvod charakterizujeme i ďalšími fyzikálnymi parametrami. Selektivita obvodu reprezentuje rozdielnu priepustnosť prúdov v okolí rezonančnej frekvencie a prúdov ostatných frekvencií. Aby sme posúdili túto vlastnosť rezonančného obvodu je výhodné zostrojiť tzv. normovanú rezonančnú krivku, ktorá je daná závislosťou pomerom amplitúd I_0/I_{0r} od pomeru



Obr 3

frekvencií ω/ω_r (pozri obr. 3). Na tomto obrázku je vyznačený interval pomerných frekvencií d , v ktorom hodnoty I_0/I_{0r} sú väčšie ako pomer $1/\sqrt{2}$. Tento interval vystihuje šírku rezonančnej krivky a nazývame ho *relatívne tlmenie*. Jeho veľkosť dostaneme riešením rovnice

$$\frac{I_0}{I_{0r}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (16)$$

Keď do tejto rovnice dosadíme vzťahy (7) a (13) dostaneme

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

Táto rovnica má 2 kladné korene ω_1 a ω_2 , ktorých rozdiel je

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad (18)$$

Takto určený frekvenčný interval $\Delta\omega$ sa nazýva *šírka pásma priepustnosti*. Relatívne tlmenie d potom môžeme vyjadriť vzťahom

$$d = \frac{\omega_2}{\omega_r} - \frac{\omega_1}{\omega_r} = \frac{R}{\omega_r L} \quad (19)$$

Ďalšou charakteristikou RLC obvodu je *činiteľ kvality*, skrátene *kvalita*. Kvalita je nepriamo úmerná prevrátenej hodnote šírky rezonančnej krivky a vyjadrujeme ju vzťahom

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\omega_r L}{R} \quad (20)$$

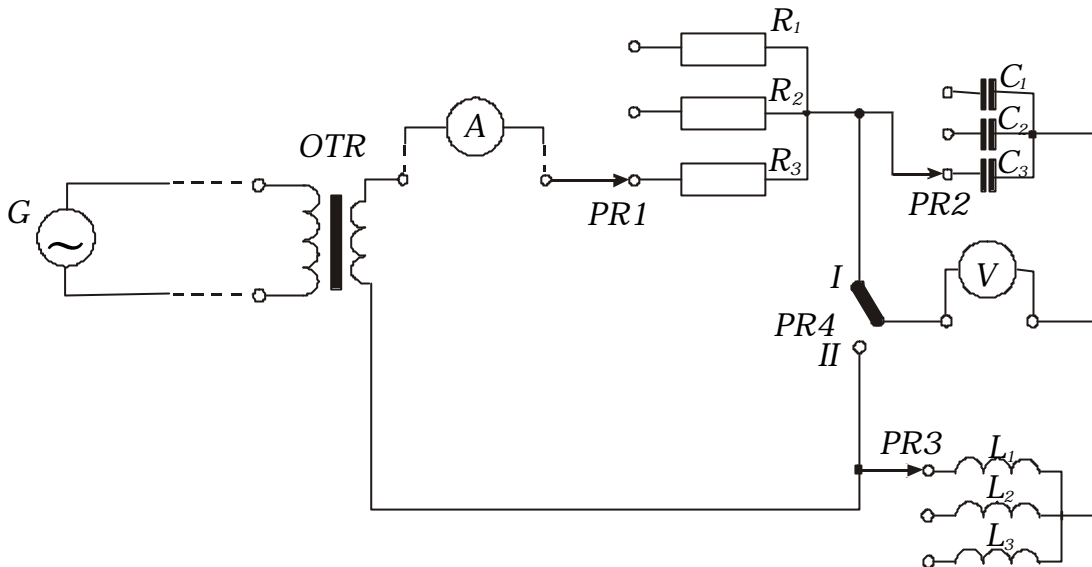
Poznámka: Analogické úvahy by sme mohli robiť pre paralelný RLC obvod, ale to naším zámerom v tejto úlohe nie je.

Metóda merania a postup pri meraní:

RLC obvod je realizovaný na špeciálnom prípravku tak, že máme možnosť voľby hodnôt jednotlivých prvkov R , L , C . Princiálna schéma zapojenia je znázornená na obr. 4.

Generátor striedavého napätia je pripojený cez oddeľovací transformátor OTR k obvodu RLC. Jeho napätie na výstupných svorkách udržujeme konštantné. Súčasne máme možnosť meniť frekvenciu tohoto napätia. Prepínačmi PR1, PR2 a PR3 na prípravku volíme hodnoty prvkov R , L , C . Ampérmeter pripojený do série v RLC obvode nám umožňuje merať efektívnu hodnotu striedavého prúdu v obvode pri danom napätí generátora a pri jeho zvolenej frekvencii. Voltmeter

nám umožňuje merať striedavé napätie na kondenzátore u_C v polohe I prepínača PR4. Po prepnutí prepínača PR4 do polohy II môžeme voltmetrom zmerať napätie u_L na cievke s indukčnosťou L .



Obr. 4

Vnútorý odpor ampérmetra môže značne skresliť odpor RLC obvodu, je vhodné tento vnútorný odpor určiť. Zmeriame ho známym postupom, keď k ampérmetru pripojíme paralelne voltmeter s veľkým vstupným odporom.

Úlohy:

1. Namerajte frekvenčnú závislosť prúdu, napätia na kondenzátore a napätia na cievke pre tri hodnoty odporov pri zvolenej kapacite kondenzátora a indukčnosti cievky.
2. Uvedené závislosti prepočítajte, normujte a vyneste do grafu.
3. Určíte rezonančnú frekvenciu.
4. Pomocou vzťahu (13) vypočítajte celkový ohmický odpor obvodu a po odčítaní odporu ampérmetra určíte odpor vlastného RLC obvodu.
5. Pomocou vzťahov (14) a (15) určíte indukčnosť L a kapacitu C obvodu.
6. Zo získaných hodnôt L , C vypočítajte uhlovú rezonančnú frekvenciu ω_r a porovnajte s hodnotou odčítanou z grafu.
7. Z normovanej rezonančnej krivky (bod 2.) a pomocou nej určíte relatívne tlmenie.
8. Vypočítajte relatívne tlmenie podľa vzťahu (19) a porovnajte s graficky určenou hodnotou.
9. Určíte číselnú kvalitu obvodu Q .
10. Podľa vzťahu (18) určíte šírku pásma priepustnosti.

Spracovanie výsledkov:

Namerané a z nich vypočítané hodnoty zapíšte do nasledujúcej tabučky.

$R_1 = \dots \Omega,$		$C_1 = \dots \text{pF},$		$L_1 = \dots \text{H}$			
i	f_i [Hz]	ω [s^{-1}]	u_{Li} [V]	u_{Ci} [V]	I_{0i} [A]	I_{0i}/I_{0r}	ω/ω_r
1							
2							
3							

.							
.							
.							

Analogické tabuľky vytvoríme pre iné zvolené kombinácie hodnôt R , L , C .

Grafické závislosti nakreslite na milimetrový papier. V zhode s uloženými úlohami spracujte príslušné namerané hodnoty fyzikálnych veličín podľa pokynov uvedených v časti "Kreslenie diagramov".

Kontrolné otázky:

1. Ďo je to rezonančný RLC obvod?
2. Vysvetlite pojem vlastných, tlmených a vynútených kmitov.
3. Ďo je to rezonancia?
4. Vysvetlite pojmy indukancia, kapacitancia, impedancia.
5. Vysvetlite prečo amplitúda elektrického prúdu v sériovom RLC obvode pri rezonančnej frekvencii dosahuje maximálnu hodnotu.
6. Ďo je to selektivita?
7. Ďo je to šírka pásma priepustnosti?
8. Ďo je to relatívne tlmenie?
9. Ďo je to činiteľ kvality a aký má súvis s relatívnym tlmením?

Úloha je prevzatá doplnená opravená zo skrípt:

Doc. RNDr. Drahošlav Vajda, CSc., Doc. Ing. Július Štelina, CSc., RNDr. Jaroslav Kovár, Ing. Ctibor Musil, CSc., RNDr. Ivan Bellan, Doc. Ing. Igor Jamnický, CSc. „Návody k laboratorným cvičeniam z fyziky“, vydala Žilinská univerzita vo vydavateľstve EDIS, 2. nezmenené vydanie, rok 2003.