

VYŠETROVANIE TEPLOTNEJ ZÁVISLOSTI ODPORU

Ing. Ctibor Musil, CSc.

Teoretický úvod:

Elektrická vodivosť látky je zapríčinená v nej prítomnými voľnými nosičmi elektrického náboja. Ak predpokladáme lineárnu závislosť strednej rýchlosti nábojov od intenzity elektrického poľa $v = \mu E$, môžeme prúdovú hustotu vo vodiči vyjadriť v tvare

$$i = n^+ q^+ v^+ + n^- q^- v^- = (n^+ q^+ \mu^+ + n^- q^- \mu^-) E.$$

Porovnaním s Ohmovým zákonom v diferenciálnom tvare $i = \sigma E$ dostaneme za predpokladu $n^+ = n^- = n$ a $|q^+| = |q^-| = q$ pre konduktivitu (mernú vodivosť)

$$\sigma = nq(\mu^+ + \mu^-) \quad (1)$$

V uvedených vzťahoch je:

i [Am^{-2}]	- prúdová hustota,
μ [$\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$]	- pohyblivosť nosičov elektrického náboja,
E [Vm^{-1}]	- intenzita elektrického poľa,
n [m^{-3}]	- objemová hustota nosičov elektrického náboja,
q [C]	- náboj nesený jedným nosičom,
v [ms^{-1}]	- stredná rýchlosť pohybu nosičov elektrického náboja,
σ [Sm^{-1}]	- konduktivita.

Kovy:

V kovoch je iba jeden druh nosičov elektrického náboja – elektróny. Preto vzťah (1) sa zredukuje na tvar

$$\sigma = ne\mu$$

So zmenou teploty sa n v kove nemení, ale mení sa μ a to preto, že v dôsledku narastania tepelných kmitov atómov mriežky sa znižuje stredná rýchlosť v nosičov náboja. S narastajúcou teplotou preto klesá konduktivita σ a narastá rezistivita (merný odpor) $\rho = \sigma^{-1}$. V malých teplotných intervaloch je táto závislosť obyčajne lineárna, a preto pre teplotnú závislosť rezistivity môžeme písať

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T), \quad (2)$$

kde ρ_0 [Ωm] - rezistivita pri vzťažnej teplote T_0 ,
 α [K^{-1}] - teplotný súčiniteľ odporu,
 ΔT [K, °C] = $T - T_0$ - zmena teploty voči vzťažnej teplote T_0 .

V dôsledku toho sa mení aj odpor vodiča podľa vzťahu

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T). \quad (3)$$

Z toho vzťahu dostaneme pre strednú hodnotu α medzi teplotami T a T_0 .

$$\alpha = (1/R_0)[(R - R_0)/(T - T_0)] = (1/R_0)(\Delta R / \Delta T)$$

Ak urobíme lim pre $\Delta T \rightarrow 0$ dostaneme

$$\alpha = (1/R)(dR/dT) \text{ pre } \alpha \text{ pri danej teplote } T.$$

Môže preto byť α pri každej teplote iné a zmena odporu s teplotou nie je lineárna. V takom prípade bude pre teplotnú závislosť odporu správnejší vzťah

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T + \beta \Delta T^2) \quad (4)$$

kde α [K^{-1}] a β [K^{-2}] sú konštanty charakterizujúce daný materiál.

Polovodiče:

V polovodičoch sú dva druhy nosičov elektrického náboja:

kladné: - diery,

záporné: - elektróny.

S narastajúcou teplotou sa ich pohyblivosť mení len málo, ale ich koncentrácia exponenciálne rastie podľa vzťahu

$$n = A \exp\{-\Delta W / (kT)\},$$

kde

$$A [\text{m}^{-3}]$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta W [\text{J}]$$

- materiálová konštanta,

- Boltzmannova konštanta,

- aktivačná energia, t.j. energia potrebná na prechod nosiča náboja z valenčného do vodivostného pásma.

Elektrická vodivosť polovodiča sa preto s teplotou mení podľa vzťahu

$$\sigma(T) = q\mu(T)A \exp\{-\Delta W / (kT)\}$$

pričom teplotná závislosť pohyblivosti nosičov μ je oproti teplotnej závislosti ich koncentrácie n zanedbateľná, takže

$$\sigma = q\mu A \exp\{-\Delta W / (kT)\}$$

Pre pomer odporov z toho vychádza

$$R / R_0 = [\exp\{\Delta W / (kT)\}] / [\exp\{\Delta W / (kT_0)\}], \quad (5)$$

kde R_0 je elektrický odpor pri vzťažnej (začiatočnej) teplote T_0 .

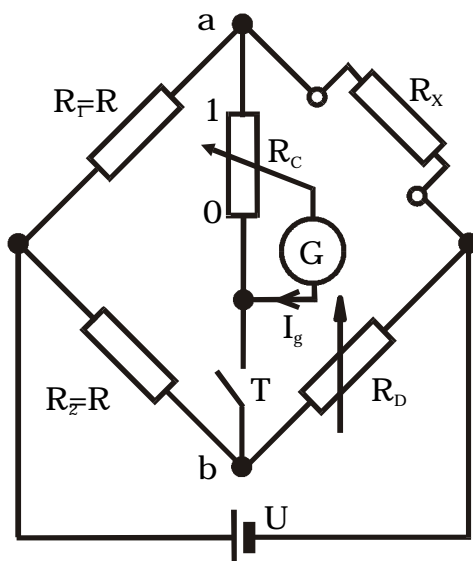
Po zlogaritmovaní a úprave vzťahu (5) dostaneme pre aktivačnú energiu

$$\Delta W = -k[(T_0/T) / (T - T_0)] [\ln(R / R_0)] \quad (6)$$

Limitovaním vzťahu (5) pre $T \rightarrow \infty$ dostaneme $R_\infty = R_0 \exp\{-\Delta W / (kT_0)\}$ z čoho po dosadení do vzťahu (5) získame pre teplotnú závislosť odporu polovodiča vzťah

$$R = R_\infty \exp\{\Delta W / (kT)\} = R_\infty \exp(\tau / T), \quad (7)$$

kde $\tau = \Delta W / k$ je zmena teploty, za ktorú klesne hodnota odporu na $1/e$.

Metóda merania:

Na meranie zmien odporu použijeme mostíkovú metódu vzhľadom na jej presnosť a citlivosť. Použijeme Wheatstonovo zapojenie, uvedené na obrázku, ktoré pozostáva zo štyroch odporových ramien $R_1 = R$, $R_2 = R$, odporovej dekády R_D , meraného odporu R_x , galvanometra G zapojeného medzi body a-b cez tlačítko T a zdroja napätia U .

Ak je splnená podmienka

$$R_1 R_D = R_2 R_x$$

je mostík vyvážený, t.j. medzi bodmi a-b je nulový rozdiel potenciálov. Tento stav sa indikuje pomocou galvanometra, vtedy galvanometrom netečie prúd $I_g = 0$. Presnosť merania je preto podmienená citlivosťou galvanometra, veľkosťou prúdov v ramenách mostíka a presnosťou odporov v jednotlivých ramenách, čo je výhodné, pretože výroba presných odporov je menej náročná ako výroba

presných meracích prístrojov.

Pri danom galvanometri je mostík najcitlivejší a výsledky merania preto najpresnejšie, ak je aspoň približne splnená podmienka

$$R_1 = R_2 = R_D = R_X .$$

Ako je z obrázku vidieť, je v našom prípade $R_1 = R_2 = R$.

Mostík vyvážíme odporovou dekádou R_D a vtedy je $R_X = R_D$. Potenciometer R_C slúži na ochranu galvanometra pred preťažením, pretože jeho citlivosť je zvyčajne lepšia ako 10^{-6} A/d.

Postup pri meraní:

1. Prístroje zapojíme podľa schémy.
2. Potenciometer R_C nastavíme do polohy nula, čím zabránime preťaženiu galvanometra.
3. Stanovíme základnú teplotu T_0 (dbáme, aby bola okolo 20°C) tak, že odčítame napätie na termočlánku U_{TC} , ktorým meriame teplotu odporu R_X a zapíšeme do tabuľky.
4. Stlačíme tlačítko T a na odporovej dekáde R_D nastavíme odpor tak, aby $I_g = 0$. Vtedy $R_{X0} = R_{D0}$. Nájdenú hodnotu R_{X0} zapíšeme do tabuľky.
5. Pomaly (cca 1°C za minútu) a rovnomerne zohrievame odpor R_X , pričom neustále vyvažujeme mostík tak, aby $I_g = 0$.
6. Vo vybraných teplotných bodoch (odstupňovaných cca po $3\text{-}5^\circ\text{C}$) odčítame z dekády odpor $R_D = R_X$ a zapisujeme do tabuľky. Súčasne zapisujeme údaje milivoltmetra U_{TC} mV.
7. Podľa priloženej grafickej závislosti $U_{TC}[\text{mV}] = f(T[^\circ\text{C}])$ z grafu odčítame a do tabuľky zapíšeme $T[^\circ\text{C}]$.
8. Poznačíme si triedy presnosti použitých odporov a citlivosť galvanometra.

Tabuľka:

Č.m.	U_{TC} [mV]	T [$^\circ\text{C}$]	R_X [Ω]	$1/T$ [K^{-1}]	$\ln R/R_0$	ΔW [J]

Úlohy:

1. Zapojte prístroje podľa schémy.
2. Vykonajte meranie podľa pokynov v „Postupe pri meraní“.

Spracovanie výsledkov:

1. Namerané hodnoty odporov vynesieme do grafov $R_X = f(T)$.
2. Cez vynesené body preložíme:
 - a) priamku u kovu,
 - b) exponenciálu u polovodiča.
3. Nájďme príslušné konštanty do vzťahov (3) a (7), t.j. stanovíme teplotný súčiniteľ odporu pre kov a hodnotu aktivačnej energie ΔW , τ a R_∞ pre polovodič.
4. Na základe údajov z bodu 8. „Postupu pri meraní“ stanovíme chybu merania.

Kontrolné otázky:

1. Vysvetlite spôsob merania odporov Wheatstonovým mostíkom a uveďte od čoho závisí citlivosť a presnosť merania!
2. Vysvetlite, ako je možné zo získanej závislosti oceniť chybu merania teplotného súčiniteľa odporu a aktivačnej energie polovodiča!
3. Uveďte vzťah pre prúdovú hustotu v polovodiči a Ohmov zákon v diferenciálnom tvare a vysvetlite ako z nich dostaneme vzťah pre konduktivitu látky!
4. Vysvetlite, ako je zavedená veličina „pohyblivosť“ nosiča náboja!

5. Vysvetlite mechanizmus vedenia elektrického prúdu v kovoch a v čistých a dopovaných polovodičoch a vplyv teploty na mechanizmus vedenia elektrického prúdu v kovoch a polovodičoch!

Úloha je prevzatá, doplnená a opravená, zo skrípt:

Doc. RNDr. Drahoslav Vajda, CSc., Doc. Ing. Július Štelina, CSc., RNDr. Jaroslav Kovár, Ing. Ctibor Musil, CSc., RNDr. Ivan Bellan, Doc. Ing. Igor Jamnický, CSc. „*Návody k laboratórnym cvičeniam z fyziky*“, vydala Žilinská univerzita vo vydavateľstve EDIS, 2. nezmenené vydanie, rok 2003.