

Urýchľovačová fyzika

Zbierka príkladov

M. Gintner

odporúčaná literatúra:

M. Bombara, M. Gintner, I. Melo:

Invitation to Elementary Particles

ISBN 978-80-554-0620-6, January 2013, EDIS Zilina

I. Rozmerová analýza

- I.1. Odhadnite pomocou rozmerovej analýzy vzťah pre periódu matematického kyvadla.
- I.2. Odhadnite pomocou rozmerovej analýzy vzťah pre dobu obehu Zeme okolo Slnka.
- I.3. Odhadnite pomocou rozmerovej analýzy typický rozmer atómu vodíka používajúc
- a) newtonovskú fyziku;
 - b) relativistickú;
 - c) kvantovú fyziku;
- Aké závery vyplývajú zo získaných výsledkov, ak z experimentu vieme, že typický rozmer atómu vodíka je 10^{-10} m?
- I.4. Odhadnite pomocou rozmerovej analýzy typickú rýchlosť elektrónu v atóme vodíka. Odhadnite typickú energiu atómu vodíka. Porovnajte získané výsledky s rýchlosťou svetla a pokojovou energiou elektrónu.

II. $E = mc^2$

- II.1. Spočítajte pokojovú energiu telesa o hmotnosti 1 kg. Ako dlho by trvalo elektrárni o výkone 400 MW vyprodukovať takéto množstvo energie?
- II.2. Pri akej rýchlosti je kinetická energia telesa rovná jeho pokojovej energii?
- II.3. Ukážte, že pri malých rýchlostiach, $v \ll c$, sa celková energia telesa $E = (m^2c^4 + p^2c^2)^{1/2}$ dá aproximovať vzťahom $E = \frac{1}{2}mv^2 + mc^2$. Vysvetlite, prečo v newtonovskej fyzike môžeme ignorovať člen mc^2 .
- II.4. Hmotnosti protónu a neutrónu sú 938.27 MeV a 939.57 MeV. Aká je hmotnosť jadra hélia, ak väzbová energia protónov a neutrónov v héliovom jadre je 27.3 MeV?
- II.5. O koľko percent sa líši hmotnosť atómu vodíka od hmotnosti sústavy voľný elektrón + voľný protón, ak je väzbová energia atómu vodíka v základnom stave rovná 13.6 eV?
- II.6. O koľko (v kg) váži horúci zemiak viac ako studený?

III. Prirodzené jednotky

- III.1. Ukážte, že v sústave jednotiek $\hbar = c = 1$, kde za spoločnú jednotku zvolíme meter, platia prevodové vzťahy $1 \text{ s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m}$ a $1 \text{ kg} \approx 2.83 \times 10^{42} \text{ m}^{-1}$.
- III.2. Ukážte, že v sústave jednotiek $\hbar = c = 1$, kde za spoločnú jednotku zvolíme elektrónvolt, platia prevodové vzťahy $1 \text{ m} \approx 5.03 \times 10^6 \text{ eV}^{-1}$, $1 \text{ s} \approx 1.51 \times 10^{15} \text{ eV}^{-1}$, $1 \text{ kg} \approx 5.63 \times 10^{35} \text{ eV}$.
- III.3. Vyjadrite v elektrónvoltoch plochu jedného barnu, keď viete že $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$ ($\hbar = c = 1$).
- III.4. Vyjadrite jednotku sily v elektrónvoltoch v sústave $\hbar = c = 1$.
- III.5. Navrhните prirodzenú jednotku elektrického náboja v sústave $\hbar = c = 1$. Aká bude potom číselná hodnota náboja? Ako bude vyzerat' Coulombov zákon?

IV. Lorentzove transformácie

- IV.1. Pozorovateľ odmeral, že dĺžka nehybnej tyče je $\ell = 1\text{m}$. Akú dĺžku pozorovateľ nameria, ak tyč poletí v smere jej dĺžky rýchlosťou $c/2$?
- IV.2. Mión, ktorý vznikne interakciou kozmického žiarenia s atmosférou vo výške okolo 8 km, letí smerom k zemskému povrchu rýchlosťou $0.998c$. Polčas rozpadu miónu je $\tau = 2.2 \times 10^{-6}\text{s}$. Ako ďaleko za tento čas doletí mión podľa klasickej fyziky? Ako ďaleko doletí podľa teórie relativity? Dostane sa na zemský povrch?
- IV.3. Páchatel' uniká v ukradnutom aute rýchlosťou $\frac{3}{4}c$. Bruce Willis ho prenasleduje v policajnom aute, ktoré ide rýchlosťou iba $\frac{1}{2}c$. Preklínajúc škrty vlády vo výdavkoch na políciu sa pokúsi zasiahnuť páchatel'a guľkou zo svojho revolvera Magnum 44, ktorá letí voči strelcovi rýchlosťou $c/3$. Dostihne guľka unikajúce auto? Nájdite odpovede podľa klasickej aj relativistickej fyziky.
- IV.4. Ukážte, že Lorentzove transformácie nezmenia "skalárny" súčin dvoch štvorhybností. Platí to pre akékoľvek štvorvektory?

IV. Lorentzove transformácie

- IV.5. Častica o hmotnosti M má energiu E a hybnosť $\mathbf{p}$. Ukážte, že transformačné faktory β a γ pre prechod do ťažiskovej sústavy častice majú tvar $\beta = \mathbf{p}/E$ a $\gamma = E/M$.
- IV.6. Častica A o hmotnosti M sa rozpadá na dve častice $a + a$, každá o hmotnosti m . Hybnosti rozpadových produktov zvierajú v ťažiskovej sústave s osou x uhly θ_1 a $\theta_2 = \theta_1 + \pi$. Aké uhly $\bar{\theta}_1$ a $\bar{\theta}_2$ zvierajú tieto hybnosti s osou x v sústave, v ktorej sa častica A pohybuje pozdĺž osi x s hybnosťou P ?

V. Kinematika relativistických zrážok a rozpadov

- V.1. Ukážte, že žiadna (reálna) častica nemôže vyžiarit' inú (reálnu) časticu bez toho, aby zmenila svoju hmotnosť (a teda identitu). Nezabudnite zobrať do úvahy aj prípad, keď vyžiarená častica má nulovú hmotnosť.
- V.2. Častica A o hmotnosti M sa rozpadá na dve častice $a + \bar{a}$, každá o hmotnosti m . Aké sú energie E_1, E_2 a hybnosti $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ dcérskych častíc v ťažiskovej sústave častice A ? Aké sú tieto energie a hybnosti v sústave, v ktorej má materská častica štorhybnosť $P=(E, \mathbf{P})$?
- V.3. Častica $\bar{a}$ o hmotnosti m urýchlená na energiu E naráža do stojacej častice a o rovnakej hmotnosti. Akú ťažkú reálnu časticu možno vytvoriť v tejto anihilačnej zrážke? Ako závisí hmotnosť M vytvorenej častice na veľkosti zrážkovej energie E ?
- V.4. Častice a aj $\bar{a}$, každá o hmotnosti m , sú urýchlené na energiu $E/2$, pričom letia v jednej priamke proti sebe. Akú ťažkú reálnu časticu možno vytvoriť v tejto anihilačnej zrážke? Ako závisí hmotnosť M vytvorenej častice na veľkosti zrážkovej energie E ?

V. Kinematika relativistických zrážok a rozpadov

- V.5. Pión letiaci rýchlosťou v sa rozpadá na mión a neutríno, $\pi \rightarrow \mu + \nu$. Aký uhol zvierá mión s rýchlosťou piónu, keď neutríno ($m_\nu = 0$) letí pod uhlom 90° ?
- V.6. Častica A s energiou E naráža na časticu B v pokoji a v zrážke vzniknú častice $C_1, C_2, \dots : A + B \rightarrow C_1 + C_2 + \dots + C_n$. Ukážte, že prah (minimálna E) pre túto reakciu je $E = (M^2 - m_A^2 - m_B^2)/(2m_B)$, kde $M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$.
- V.7. Stojaca častica A sa rozpadá na častice B a C : $A \rightarrow B + C$. Ukážte, že $E_B = (m_A^2 + m_B^2 - m_C^2)/(2m_A)$. Čomu je rovná E_C ? Ďalej ukážte, že hybnosti dcérskych častíc majú veľkosti rovné $[\lambda(m_A^2, m_B^2, m_C^2)]^{1/2}/(2m_A)$, kde λ je tzv. *trojuholníková funkcia* $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$.
- V.8. Pri zrážke $A + B \rightarrow C + D$ je výhodné zaviesť *Mandelstamove premenné* s, t, u : $s = (p_A + p_B)^2$, $t = (p_A - p_C)^2$, $u = (p_A - p_D)^2$. Ukážte, že $s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$. Ukážte, že v ťažiskovej sústave zrážky je $s = E^2$, kde E je celková energia zrážky v tejto sústave.

VI. Feynmanove diagramy

- VI.1. Nájdite všetky QED Feynmanove diagramy s najnižším počtom vrcholov pre nasledovné procesy: $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$, $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$, $e^-e^+ \rightarrow \gamma\gamma$, $e^-\gamma \rightarrow e^-\gamma$, $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. Nájdite aspoň niektoré QED diagramy s väčším (ako najnižším) počtom vrcholov. Ako sa zmení situácia, ak popri QED pripustíme aj slabé interakcie?
- VI.2. Je možné v zrážke dvoch gluónov vyprodukovať dva fotóny, aj keď vieme, že gluóny neinteragujú elektromagneticky a fotóny zase neinteragujú silno? Ak áno, nakreslite všetky zodpovedajúce FD s najnižším počtom vrcholov (v najnižšom ráde).
- VI.3. Pri rádioaktívnom beta rozpade jadra sa v jadre viazaný nukleón premieňa podľa jednej z dvoch nasledovných reakcií: $p \rightarrow n e^+ \nu_e$, $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$. Za premenou $p \leftrightarrow n$ sa skrýva slabá interakcia zodpovedná za premenu $u \leftrightarrow d$ valenčných kvarkov. Nakreslite FD v najnižšom ráde, ktoré sú zodpovedné za obidva typy beta rozpadu.

VII. Účinný prierez a luminozita

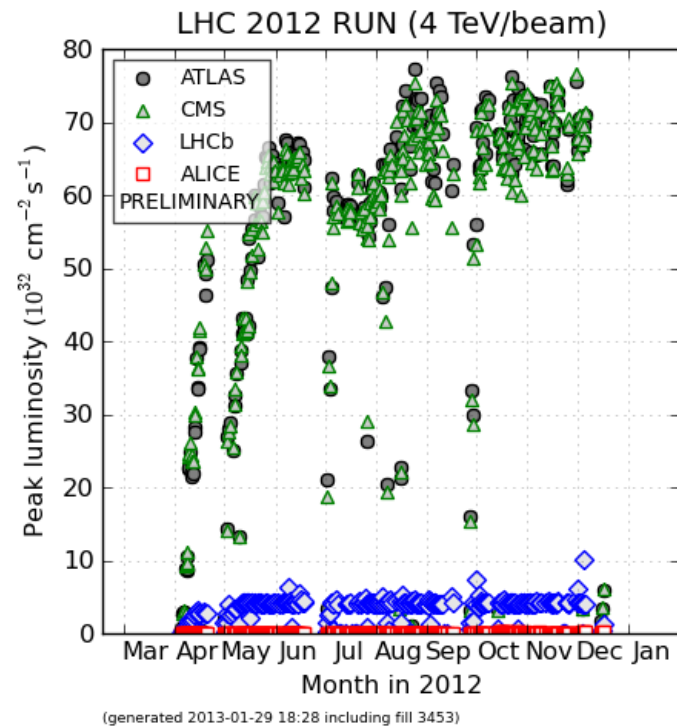
VII.1. V roku 2012 dosiahli zrážky na LHC luminozitu okolo $7 \times 10^{33} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ pri zrážkovej energii 8 TeV (obr.VII.1). Vyjadrite túto luminozitu v $\text{pb}^{-2} \text{s}^{-1}$!

Stabilné zväzky sa darilo udržiavať okolo 10 hodín denne (obr.VII.2). Akú veľkú integrovanú luminozitu sa podarilo nazbierať za jeden deň, jeden týždeň, jeden mesiac, ak kolajder bežal každý deň?

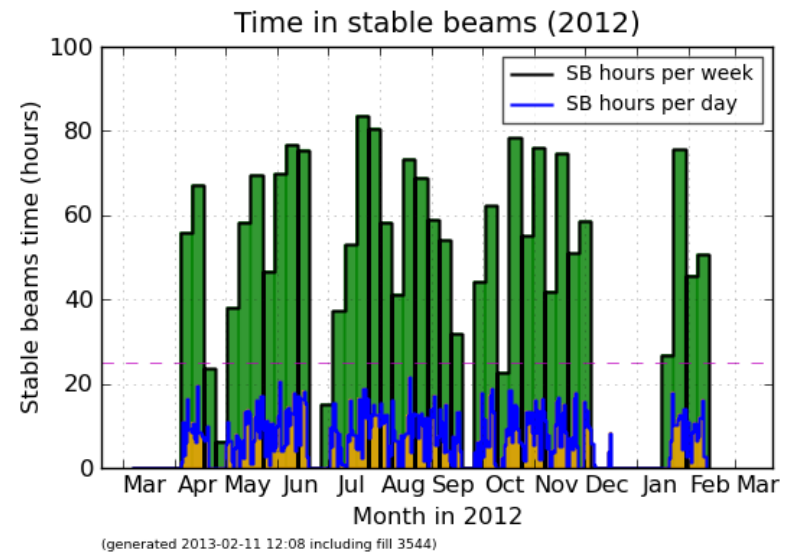
Účinný prierez pre produkciu 125 GeV ťažkého SM Higgsa v procese $pp \rightarrow HX$ pri energii zrážky 8 TeV je 19.31 pb. Koľko takýchto SM Higgsov malo byť vyprodukovaných na LHC za jeden deň, jeden týždeň, jeden mesiac, ak uvažujeme prevádzkové podmienky uvedené vyššie?

Fyzici doteraz na LHC detekovali niekoľko desiatok kandidátov na 125 GeV SM Higgsa a tvrdia, že je to v súlade s predpoveďou Štandardného modelu. Nie je to v rozpore s vašim výsledkom predpovedajúcim produkciu takýchto Higgsov, ktorý ste získali vyššie? Svoj názor vysvetlite!

VII. Účinný prierez a luminozita



Obr.VII.1 Luminozita dosahovaná v experimentoch LHC v roku 2012.



Obr.VII.2 Čas, ktorý sa podarilo udržať stabilné zväzky protónov na LHC v roku 2012.