

KATEDRA FYZIKY ŽU-EF ŽILINA		
Študent	<u>I.1 Meranie objemu valčeka nepriamou metódou</u>	Deň a hodina merania v týždni
Skupina		Vyučujúci
Fakulta		Dátum

Teória

Spracovanie výsledkov priamych meraní

Z n nameraných hodnôt x_i určíme aritmetický priemer:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

kde x_i je hodnota i -tého merania a n je počet merní danej hodnoty.

Určenie odchýlky i -tého merania od aritmetického priemeru:

$$\Delta_i = (\bar{x} - x_i) \quad (2)$$

Stanovenie strednej kvadratickej chyby aritmetického priemeru pre $n < 100$:

$$\bar{\delta}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i)^2}{n(n-1)}} \quad (3)$$

Výsledok celého merania zapíšeme v tvare:

$$x = \bar{x} \pm \bar{\delta}_x \quad (4)$$

Určenie objemu valčeka (nepriame meranie)

Výpočet objemu valčeka určíme podľa vzťahu:

$$V = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 h, \quad (5)$$

kde d – priemer valčeka
 h - výška valčeka.

Objem valčeka sa počíta podľa vzťahu (5), teda nepriamo na základe priemeru a výšky valčeka.

Chyba nepriameho merania objemu valčeka sa počíta podľa vzťahu:

$$\bar{\delta}_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial h} \right)^2 \bar{\delta}_h^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d} \right)^2 \bar{\delta}_d^2} \quad (6),$$

ktorý po vyjadrení a na základe vzťahu (5) možno upraviť nasledovne:

$$\bar{\delta}_V = \bar{V} \sqrt{\left(\frac{1}{h} \right)^2 \bar{\delta}_h^2 + \left(\frac{2}{d} \right)^2 \bar{\delta}_d^2} \quad (7).$$

Cieľ merania

1. Výpočet priemeru valčeka d a jeho chyby
2. Výpočet výšky valčeka h a jeho chyby
3. Výpočet objemu valčeka a spracovanie chyby merania

Pomôcky:

- valček
- mikrometer ($\Delta = 0,005 \text{ mm}$), šublera ($\Delta = 0,05 \text{ mm}$)

Postup merania: Pomocou meradla zmeriame 10 krát priemer, ktoré zapíšeme do tabuľky. Z n nameraných hodnôt d_i určíme aritmetický priemer $\bar{d}$ podľa vzťahu (1). Stanovíme zdanlivú chybu Δ_i pre každé jednotlivé meranie tak, že odčítame príslušnú nameranú hodnotu d_i od aritmetického priemeru $\bar{d}$ podľa vzťahu (2). Vypočítame druhú mocninu týchto zdanlivých chýb Δ_i^2 a potom ich sčítame $\sum_{i=1}^{10} (\Delta_i)^2$. Pre výpočet strednej kvadratickej chyby aritmetického priemeru použijeme vzťah

(3). Výsledok celého merania zapíšeme v tvare podľa (4). V prípade určenia výšky valčeka postupujeme podobne. Na výpočet objemu valčeka použijeme vzťah (5) a jeho chyby (7).

Experimentálne meranie

1) Výpočet priemeru valčeka d a jeho chyby

i	d_i [mm]	$\Delta_i = (\bar{d} - d_i) [10^{-4} \text{ mm}^2]$	$(\Delta_i)^2 [10^{-8} \text{ mm}^2]$
1	22,360	-15	225
2	22,350	85	7225
3	22,360	-15	225
4	22,370	-115	13225
5	22,355	35	1225
6	22,360	-15	225
7	22,355	35	1225
8	22,360	-15	225
9	22,365	-65	4225
10	22,350	85	7225
	$\sum_{i=1}^{10} d_i = 223,585$		$\sum_{i=1}^{10} (\Delta_i)^2 = 35250 \times 10^{-8}$

Aritmetický priemer priemeru valčeka:
$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{10} d_i}{10} = \frac{223,585}{10} = 22,3585 \text{ mm}$$

Výpočet strednej kvadratickej chyby aritmetického priemeru priemeru valčeka:

$$\bar{\delta}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\Delta_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{35250 \times 10^{-8}}{10(10-1)}} = 19,79057 \times 10^{-4} \doteq 0,002 \text{ mm}$$

Priemer valčeka:
$$d = \bar{d} \pm \bar{\delta}_d = (22,359 \pm 0,002) \text{ mm} = (22,359 \pm 0,002) \times 10^{-3} \text{ m}$$

B) Výpočet výšky valčeka h a jeho chyby

i	d_i [mm]	$\Delta_i = (\bar{d} - d_i) [10^{-4} \text{ mm}^2]$	$(\Delta_i)^2 [10^{-8} \text{ mm}^2]$
1	15,010	-135	18225
2	15,015	-185	34225
3	14,970	265	70225
4	14,990	65	4225
5	14,980	165	27225
6	14,995	15	225
7	14,990	65	4225
8	15,010	-135	18225
9	15,005	-85	7225
10	15,000	-35	1225
	$\sum_{i=1}^{10} h_i = 149,965$		$\sum_{i=1}^{10} (\Delta_i)^2 = 185250 \times 10^{-8}$

Aritmetický priemer výšky valčeka: $\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{10} h_i}{10} = \frac{149,965}{10} = 14,9965 \text{ mm}$

Výpočet strednej kvadratickej chyby aritmetického priemeru výšky valčeka:

$$\bar{\delta}_h = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\Delta_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{185250 \times 10^{-8}}{10(10-1)}} = 45,36886 \times 10^{-4} \doteq 0,005 \text{ mm}$$

Výška valčeka: $\underline{h = \bar{h} \pm \bar{\delta}_h = (14,997 \pm 0,005) \text{ mm} = (14,997 \pm 0,005) \times 10^{-3} \text{ m}}$

C) Výpočet objemu valčeka V a spracovanie chyby merania

Na výpočet objemu $\bar{V}$ valčeka použijeme vzťah (5), do ktorého dosadíme hodnoty aritmetické priemeru výšky $\bar{h}$ a priemeru $\bar{d}$ valčeka:

$$\bar{V} = \pi \left(\frac{\bar{d}}{2} \right)^2 \bar{h} = \frac{3,14}{4} (22,359)^2 14,997 = 5885,4381 \text{ mm}^3$$

Výpočet chyby určenia objemu:

$$\bar{\delta}_V = \bar{V} \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{h}} \right)^2 \bar{\delta}_h^2 + \left(\frac{2}{\bar{d}} \right)^2 \bar{\delta}_d^2} = \bar{V} \sqrt{\left(\frac{1}{14,997} \right)^2 (0,002)^2 + \left(\frac{2}{22,359} \right)^2 (0,005)^2} = 2,7467 \text{ mm}^3 \doteq 3 \text{ mm}^3$$

Výsledok: $\underline{V = \bar{V} \pm \bar{\delta}_V = (5885 \pm 3) \text{ mm}^3 = (5885 \pm 3) \times 10^{-9} \text{ m}^3}$

Záver merania:

Priemer valčeka:	$d = (22,359 \pm 0,002) \text{ mm} = (22,359 \pm 0,002) \times 10^{-3} \text{ m}$
Výška valčeka:	$h = (14,997 \pm 0,005) \text{ mm} = (14,997 \pm 0,005) \times 10^{-3} \text{ m}$
Objem valčeka:	$V = (5885 \pm 3) \text{ mm}^3 = (5885 \pm 3) \times 10^{-9} \text{ m}^3.$