

Úloha:

27.9.2014

1

a) určenie \vec{B} zeme pomocou tyčového magnetu

b) určenie magnetického momentu tyčového magnetu

(Základná merania)

Časť a)

— Nd magnet sformujeme z 2 valčekov o dĺžke 4cm každý,



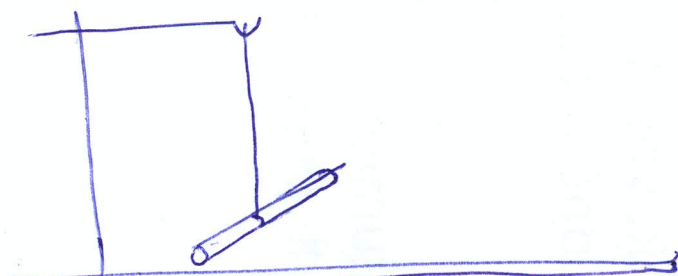
← $l = (80 \pm 1) \text{ mm}$ → (meranie posuvným meradlom)

— Hmotnosť výsledného magnetu

$$M = (0,051 \pm 0,001) \text{ kg}$$

(meranie elektronickou kuchynskou váhou - na váhu položíme podložku aspoň 2cm hrubú, váhu vyruľujeme a na podložku položíme náš magnet. Podložka z nemagnetického materiálu chráni váhu pred Nd magnetom)

— Magnet zavesíme na niť s minimálnym torzným momentom t.j. niť by mala byť mäkká a čím dlhšia, tým lepšie. Pre fajnšmekrov: torzný moment sa dá zmerať v inej úlohe



skrutka/matice by mala byť z nemagnetického materiálu

— Magnet visiaci na niti treba vyvážiť do vodorovnej polohy drobnými magnetmi (kovové podložky, ...). Magnet má inak sklon smerovať dole v smere \vec{B} zeme a to nie je dobré pre určenie horizontálnej zložky v tejto úlohe (ale je to dobré ako demonštrácia smeru \vec{B} zeme).

- Magnet opatrne vychýlitne o malý uhol (do 5° - 10°) okolo nite, ktorá musí zostať vo zvislej polohe. Pustíme a necháme chvíľu kmitať, aby sa trochu utlmili neželané kmity nite do strán a zostali podľa možnosti len kmity magnetu okolo nite. V krajnej polohe spustíme stopky a odmeriame čas t pre 10 kmitov. Toto opakujeme 10x. Výsledky zapisujeme do tabuľky 1:

Tab.1

Číslo merania i	Čas 10 kmitov t_i [s]
1	33,0
2	32,8
3	32,6
4	32,5
5	32,9
6	32,7
7	32,8
8	32,9
9	32,7
10	32,6

- vypočítame priemerný čas 10 kmitov \bar{t}

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{10} = 32,75 \text{ s}$$

- vypočítame chybu priemerného času 10 kmitov $\sigma_{\bar{t}}$

$$\sigma_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (t_i - \bar{t})^2}{10 \cdot (10 - 1)}} = 0,059 \text{ s}$$

- vypočítame periódu kmitov T a chybu σ_T

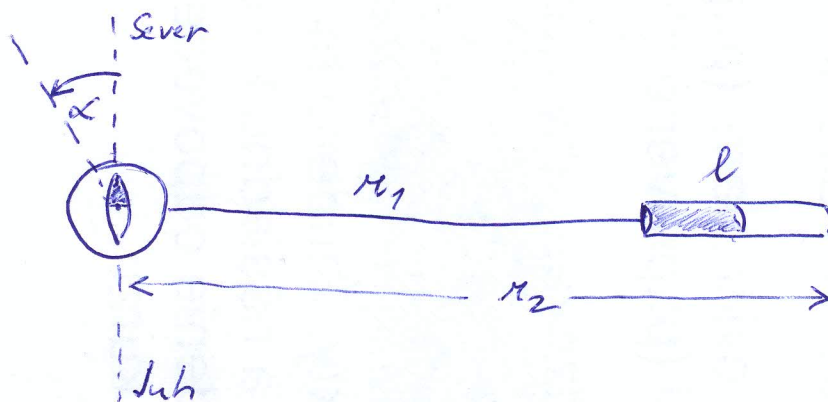
$$T = \frac{\bar{t}}{10} = 3,275 \text{ s} \quad \sigma_T = 0,0059 \text{ s} \quad (\sigma_{\bar{t}}/10)$$

$$\text{t.j. } T = (3,2751 \pm 0,0059) \text{ s}$$

- Pozn.: treba dbať na to, aby sa niť nerozkmitala do strán, resp. aby kmitala čo najmenej.

časť b)

- v druhej časti magnet z prvej časti (úlohy) položíme na laboratórny stôl spolu s búzou. Búzu ešte pred tým zorientujeme v smere juh-sever. Magnet budeme približovať k búzole po priamke, ktorá je kolmá na smer juh-sever podľa návodu.



magnetka sa vychýli o uhol α od smeru juh-sever.

- zapíšeme vzdialenosti r_1, r_2 (odmerané na stole) a uhol α do tabuľky 2:

Číslo merania	r_1 [m]	$r_2 = r_1 + l$ [m]	α [°]	s_2 [Hm] ⁻¹⁴	σ_{s_2} [Hm] ⁻¹⁴
1	0,500 ± 0,001	0,580 ± 0,001	30 ± 1	4,50 · 10 ⁵	0,21 · 10 ⁵
2	0,450	0,530	36	4,22 · 10 ⁵	0,18 · 10 ⁵
3	0,400	0,480	42	3,77 · 10 ⁵	0,16 · 10 ⁵
4	0,350	0,430	50	3,46 · 10 ⁵	0,15 · 10 ⁵
5	0,300	0,380	58	3,06 · 10 ⁵	0,14 · 10 ⁵
6	0,250	0,330	69	3,06 · 10 ⁵	0,18 · 10 ⁵
7	0,200	0,280	76	2,62 · 10 ⁵	0,21 · 10 ⁵

→ Veličinu S_2 vypočítame zo vzťahu

$$S_2 = \frac{l \mu_0 \alpha}{\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right]}, \quad \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$$

→ Chybu veličiny S_2 vypočítame zo vzťahu

$$\sigma_{S_2} = \sqrt{\left(\frac{\partial S_2}{\partial l}\right)^2 \sigma_l^2 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial r_1}\right)^2 \sigma_{r_1}^2 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial r_2}\right)^2 \sigma_{r_2}^2}$$

$$\sigma_l = 10^{-3} \text{ m} \quad \sigma_\alpha = 1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} = \underline{0,01744 \text{ rad}}$$

$$\sigma_{r_1} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma_{r_2} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial l} = \frac{\mu_0 \alpha}{\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right]} l = \frac{S_2}{l}$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial \alpha} = \frac{l}{\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right] \cos^2 \alpha} = \frac{S_2}{\mu_0 \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial r_1} = \frac{l \mu_0 \alpha 2r_1}{\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right]^2 r_1^3} = \frac{2S_2}{\left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right] r_1^3}$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial r_2} = \frac{-l \mu_0 \alpha 2r_2}{\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right]^2 r_2^3} = \frac{-2S_2}{\left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right] r_2^3}$$

→ Keďže chyby σ_{S_2} ľahko rastú pre $\alpha \rightarrow 0^\circ$ a $\alpha \rightarrow 90^\circ$, použijeme vážený priemer na nájdenie priemernej hodnoty $\overline{S_2}$:

$$\overline{S_2} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \frac{S_{2i}}{\sigma_{S_{2i}}^2}}{\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{\sigma_{S_{2i}}^2}} = 3,482 \cdot 10^5 \text{ Hm}^{-1}$$

$$\sigma_{\overline{S_2}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{\sigma_{S_{2i}}^2}}} = 0,063 \cdot 10^5 \text{ Hm}^{-1}$$

Pozn. ak $\alpha \in (30^\circ, 75^\circ)$, môžeme použiť jednoduchý priemer na nájdenie $\overline{S_2}$, ktorý si nevyžaduje výpočet σ_{S_2} v Tab. 2. Potom $\sigma_{\overline{S_2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (S_{2i} - \overline{S_2})^2 / (n \cdot 6)}$

t.j. výsledná hodnota s_2 je:

$$\bar{s}_2 = (3,482 \pm 0,063) \cdot 10^5 \text{ H m}$$

vyhodnotenie výsledkov:

— z prvej časti úlohy nájdeme veľičinu s_1 , k čomu potrebujeme moment zotrvačnosti J magnetu:

$$J = \frac{1}{12} M l^2 = 2,72 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$\sigma_J = \sqrt{\left(\frac{\partial J}{\partial M}\right)^2 \sigma_M^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial l}\right)^2 \sigma_l^2}$$

$$\sigma_M = 10^{-3} \text{ kg} \quad \sigma_l = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\frac{\partial J}{\partial M} = \frac{1}{12} l^2 = \frac{J}{M}$$

$$\frac{\partial J}{\partial l} = \frac{2}{12} M l = \frac{2J}{l}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_M = 10^{-3} \text{ kg} \quad \sigma_l = 10^{-3} \text{ m} \\ \frac{\partial J}{\partial M} = \frac{1}{12} l^2 = \frac{J}{M} \\ \frac{\partial J}{\partial l} = \frac{2}{12} M l = \frac{2J}{l} \end{array} \right\} \sigma_J = 0,092 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

t.j. $J = (2,724 \pm 0,092) \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$

— Odtiaľto nájdeme s_1 :

$$s_1 = 4\pi^2 \frac{J}{T^2} = 1,00 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\sigma_{s_1} = \sqrt{\left(\frac{\partial s_1}{\partial J}\right)^2 \sigma_J^2 + \left(\frac{\partial s_1}{\partial T}\right)^2 \sigma_T^2}, \quad \sigma_J = 0,09 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial J} = \frac{s_1}{J}$$

$$\sigma_T = 0,005 \text{ s}$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial T} = \frac{-2s_1}{T}$$

$$\sigma_{s_1} = 0,03 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

t.j. $s_1 = (1,002 \pm 0,033) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$

z veličin s_1 a s_2 měříme horizontální složku
magn. pole Země B_0 a magn. moment magnetu m :

$$B_0 = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}} = 17,0 \mu\text{T}$$

$$\sigma_{B_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_0}{\partial s_1}\right)^2 \sigma_{s_1}^2 + \left(\frac{\partial B_0}{\partial s_2}\right)^2 \sigma_{s_2}^2}$$

$$\frac{\partial B_0}{\partial s_1} = \frac{1}{2} \frac{1}{B_0 s_2}$$

$$\frac{\partial B_0}{\partial s_2} = \frac{-s_1}{2 B_0 s_2^2}$$

$$\sigma_{B_0} = 0,3 \mu\text{T}$$

t.j.

$$B_0 = (17,04 \pm 0,31) \mu\text{T}$$

$$m = \sqrt{s_1 s_2} = 5,9 \text{ Am}^2$$

$$\sigma_m = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial s_1}\right)^2 \sigma_{s_1}^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial s_2}\right)^2 \sigma_{s_2}^2}$$

$$\frac{\partial m}{\partial s_1} = \frac{1}{2} \frac{s_2}{m}$$

$$\frac{\partial m}{\partial s_2} = \frac{1}{2} \frac{s_1}{m}$$

$$\sigma_m = 0,1 \text{ Am}^2$$

t.j.

$$m = (5,90 \pm 0,11) \text{ Am}^2$$

B_0 porovnáme s tabulkovou hodnotou pro Slovensko

$$B_0 = (20 \pm 1) \mu\text{T}$$

m měříme porovnat k magnetickému momentu elektronu

$$m_e = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$$

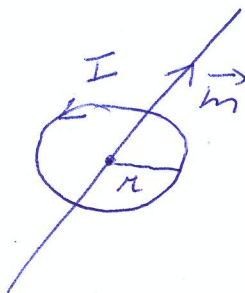
m měříme porovnat aj s magn. momentom prúduvej

V časti výsledky zaokružíte na 1 platnú číslicu (!):

$$B_0 = (17,0 \pm 0,3) \mu\text{T}$$

$$m = (5,9 \pm 0,1) \text{ Am}^2$$

slučky



$$|\vec{m}| = IS = I\pi r^2$$

ak predpokladáme normálny polomer slučky ako má náš Nd magnet, aby by mal byť prúd I , aby sa magn. moment slučky rovnal magn. momentu Nd magnetu $\frac{2}{3}$ (treba zmerať polomer magnetu)

Diskusia :

B_0 sa líši od tabulkovej hodnoty kvôli tomu, že sme nemerali len B_0 , ale vďaka horizontálnej dočke magn. poľa v danom mieste, ktoré je súčtom B_0 a poradiťových poľí v laboratóriu, ktoré nie sú zanedbateľné. Dá sa o tom presvedčiť napr. keď vezmeme kruhu a zistíme, že "sever" ukazuje v rôznych miestach laboratória rôzne, pričom rozdiel dosahuje až $30^\circ - 40^\circ$. Resp. rôzne n-lice študentov dosiahnu rôzne B_0 v experimente (ak merali dobre).

Možné vylepšenie : poslať jedinu n-ticu študentov na parkoviško, mali by dosiahnuť najlepší výsledok. Potrebujú k tomu stôl a ideálne vodováhu.

Magnetický moment je cca $10^{24} \times$ väčší ako moment elektrónu z toho vyplýva, že moment magnetu je postavený z veľkého počtu elektrónov, ktoré smerujú tým istým smerom.

Ivan Melo *Judo*