Príklady, ktorým je potrebné rozumieť pre druhú časť skúšky (riešené boli na cvičeniach alebo na prednáške)

Po postupe do tejto časti skúšky dostanete 2 alebo 3 príklady na 30 minút v hodnote 50 bodov. Budú to obmenené verzie príkladov nižšie. Správne chápanie príkladov z tohto zoznamu vám umožní vyriešiť aj príklady na skúške. Nestačí napísať výsledný vzťah, odvodenie je veľmi dôležité! Vektory tu namiesto šípky označujeme **boldom.**

V tejto časti skúšky môžete používať poznámky a učebnice, ale je ťažkým prehreškom využívať pomoc druhej osoby. Na ústnej časti skúšky si preverím, nakoľko rozumiete veciam.

Pr. 1.1
Nájdite súčet dvoch vektorov, rozdiel dvoch vektorov, veľkosť vektora, opačný vektor, násobenie vektora skalárom, jednotkový vektor v smere nejakého vektora, skalárny súčin dvoch vektorov, vektorový súčin dvoch vektorov

Pr. 1.2
V experimente boli namerané nasledovné hodnoty:
3,47; 3,42; 3,51; 3,44; 3,49 cm.
a) Vypočítajte aritmetický priemer, strednú kvadratickú odchýlku jedného merania a strednú kvadratickú odchýlku aritmetického priemeru !
b) Zaokrúhlite aritmetický priemer na dve platné číslice v chybe!
c) Nájdite interval, do ktorého padne hodnota nasledujúceho merania s pravdepodobnosťou 68%!
d) Nájdite interval, v ktorom sa skutočná hodnota meranej veličiny nachádza s pravdepodobnosťou 96%!

Pr. 1.3
Farmárove sliepky zniesli v jednotlivých dňoch po sebe nasledovné počty vajec:
346, 330, 348, 335, 340, 337, 351.
a) Aká je priemerná denná znáška vajec?
b) Aká je pravdepodobnosť, že sliepky znesú menej ako 326 vajec? Pomôcka: v intervale (stredná hodnota – 2 σ_x, stredná hodnota + 2 σ_x) je pravdepodobnosť 96%.

Pr. 2.1
Pohyb hmotného bodu je opísaný funkciou
$x(t) = k_1t^2 + k_2t$, $k_1 = 2\ ms^{-2}$, $k_2 = -4\ ms^{-1}$ kde x je v metroch a t je v sekundách
a) Načrtnite graf tejto funkcie, diskutujte pohyb hmotného bodu!
b) Určite posunutie hmotného bodu v intervaloch $t_1 = 0s$, $t_2 = 1s$ a $t_1 = 1s$, $t_2 = 3s$!
c) Vypočítajte priemernú rýchlosť na tých istých intervaloch!
d) Nájdite okamžitú rýchlosť v čase $t = 1s$ a v čase $t = 2s$!

e) Nájdite priemerné zrýchlenie na intervale $t_1 = 0s$, $t_2 = 1s$.
f) Nájdite okamžité zrýchlenie v čase $t = 1s$!

Pr. 2.2
Rýchlosť hmotného bodu je daná ako
$v(t) = (b - c\,t^2)\ ms^{-1}$, kde t je čas v sekundách, $b = 40\ ms^{-1}$, $c = 5\ ms^{-3}$
a) Nakreslite graf funkcie v(t)!
b) Nájdite priemerné zrýchlenie na intervale od $t_1 = 0$ s do $t_2 = 2$ s!
c) Nájdite zrýchlenie v čase $t = 2$ s!

Pr. 3.1
Akou rýchlosťou vyhodil bohatier Ivan budzogáň zvislo nahor, keď sa budzogáň vrátil na zem po 10 minútach? Prepokladajme, že $g = konšt = 9{,}806\ ms^{-2}$ a zanedbajme odpor vzduchu.

Pr. 3.2
Skalolezec padne z výšky h =100 m do mora. Ako dlho trvá jeho pád, ak zanedbáme odpor vzduchu?

Pr. 3.3
Auto zrýchli rovnomerne z pokoja na 100 km/hod za 5 s.
a) Nájdite zrýchlenie auta!
b) Akú vzdialenosť prejde auto za 5 s?
c) Aká bude jeho rýchlosť po 8 s ak bude ďalej zrýchľovať s rovnakým zrýchlením?

Pr. 3.4.
Elektrón vo vákuovej trubici klasického TV (CRT) je urýchlený z počiatočnej rýchlosti $3.\ 10^4\ ms^{-1}$ na rýchlosť $5.10^6\ ms^{-1}$ na vzdialenosti 2 cm (v urýchľovacej oblasti).
a) Ako dlho bol elektrón v urýchľovacej oblasti?
b) Aké bolo zrýchlenie elektrónu?

Pr. 4.1
Lietadlo zhodí debnu s potravinami vo výške 100 m nad zemou pri rýchlosti (horizontálnej) $40\ ms^{-1}$. Kde dopadne balík? Predpoklad: rovinatý povrch, zanedbaný odpor vzduchu. Aká je rýchlosť **v** v momente pred dopadom? Pod akým uhlom dopadne debna?

Pr. 4.2
Delostrelci vystrelia na rovine granát rýchlosťou, ktorej veľkosť je v_0, pod uhlom α. Do akej maximálnej výšky vystúpi granát a v akej vzdialenosti od dela dopadne? Zanedbajte odpor vzduchu.

Pr. 5.1

HB sa pohybuje v rovine xy s konštantným zrýchlením $\mathbf{a} = (a_x, 0)$, kde $a_x = 4\ ms^{-2}$. Začína v počiatku súradnicovej sústavy v $t = 0s$ s $\mathbf{v_0} = (20, -15)\ ms^{-1}$.

a) Nájdite $\mathbf{v}$ v čase $t = 5s$, veľkosť $|\mathbf{v}|$ v čase $t = 5s$ a jednotkový vektor v smere $\mathbf{v}$ v čase $t = 5s$.

b) Nájdite polohový vektor $\mathbf{r}$ v čase $t = 5s$

Pr. 5.2

Auto sa pohybuje po kružnici s polomerom $R = 3m$ v smere hodinových ručičiek. V istom momente vektor celkového zrýchlenia zviera s vektorom normálového zrýchlenia uhol 30 stupňov. Ak je veľkosť vektora celkového zrýchlenia $12\ ms^{-2}$, nájdite

a) veľkosť normálového zrýchlenia

b) veľkosť tangenciálneho zrýchlenia

c) veľkosť rýchlosti

d) uhlovú rýchlosť

Pr. 5.3

Teleso sa pohybuje po kružnici proti smeru hodinových ručičiek tak, že polárny uhol sa mení v čase ako $\varphi(t) = (1/6)\ kt^3 + \omega_0 t + \varphi_0$, kde $k = 3\ s^{-3}$ je konštanta. Polomer kružnice $R = 2$ m. Počiatočná uhlová rýchlosť $\omega_0 = 1\ s^{-1}$ a počiatočná poloha $\varphi_0 = \pi/2$.

a) Nájdite uhlovú rýchlosť ω v čase $t = 10$ s.

b) Nájdite uhlové zrýchlenie telesa ε v čase $t = 10$ s.

c) Nájdite veľkosť rýchlosti v čase $t = 10$ s.

d) Nájdite zložky zrýchlenia $\mathbf{a_t}$ a $\mathbf{a_n}$ v čase $t = 10$ s.

Pr. 6.1

Z miesta A pláva loďka proti prúdu rieky do miesta B a potom späť do miesta A. Rýchlosť loďky vzhľadom k vode je stále rovnaká, a to $4\ km{\cdot}h^{-1}$, rýchlosť prúdu vody v rieke je $1{,}6\ km{\cdot}h^{-1}$. Určte pomer doby, za ktorú prejde loďka dráhu z miesta A do miesta B a späť, a doby, ktorú by loďka potrebovala na prejdenie tejto dráhy na jazere so stojatou vodou.

Pr. 6.2

Cestujúci Karol a Ján sedia spolu vo vlaku, ktorý sa pohybuje rýchlosťou $V = 130$ km/h. Obaja sa súčasne vyberú na WC, Karol v smere jazdy vlaku a Ján proti smeru jazdy. Obaja kráčajú voči podlahe vagónu štandardnou chodeckou rýchlosťou $u = 5$ km/h.

a) Akými rýchlosťami sa Karol a Ján pohybujú voči okolitej krajine?

b) Akou rýchlosťou sa Karol a Ján od seba vzďaľujú?

c) V protismere prichádza nákladný vlak rýchlosťou $U = 65$ km/h. Aká je rýchlosť nákladného vlaku voči Karolovi, voči Jánovi a voči rušňovodičovi, ktorý sedí v kabíne lokomotívy?

Pr. 6.3
S akým zrýchlením sa bude pohybovať teleso, ktoré ťaháme po vodorovnej podložke bez trenia ťahaním povrazu silou **T** vodorovným smerom? Teleso má hmotnosť m.

Pr. 7.1
Ťaháme sústavu 3 vozíkov vodorovnou silou **F**. Prvý vozík má hmotnosť m_1, druhý m_2, tretí m_3.
a) Aké je zrýchlenie každého vozíka?
b) Aká je veľkosť ťahových síl T_1 (medzi prvým a druhým vozíkom), T_2 (medzi druhým a tretím vozíkom)?

Pr. 7.2
Na vodorovnej streche máme teleso s hmotnosťou M, ktoré je ťahané lanom cez kladku, ktorá je na okraji strechy, pričom na lane je zavesené teleso s hmotnosťou m > M. Teleso m sa pohybuje zvislo dolu, pričom ťahá teleso M, ktoré sa pohybuje po streche vodorovne. Pri riešení zanedbajte trenie.
a) Aké je zrýchlenie telies?
b) Aká je veľkosť ťahovej sily lana?

Pr. 8.1
S akým zrýchlením sa bude pohybovať teleso s hmotnosťou m dole naklonenou rovinou s uhlom α? Trenie zanedbajte! Ako sa zmení výsledok, keď uvážime, že trenie je prítomné s koeficientom trenia μ_k?

Pr. 9.1
Puk sa šmýka po zamrznutom rybníku s počiatočnou rýchlosťou $v_0 = 20\ ms^{-1}$. Stále je v kontakte s ľadom a zastaví sa po prejdení vzdialenosti 120m. Nájdite koeficient kinetického trenia μ_k medzi pukom a ľadom!

Pr. 9.2
Sila, ktorá pôsobí na teleso pozdĺž osi x (a aj teleso sa pohybuje pod jej účinkom pozdĺž osi x), sa mení so vzdialenosťou x tak, že prvé 4 metre je konštantná F = 5N a potom lineárne klesá ako F = ax + b, kde a = - 2.5 Nm^{-1} a b = 15 N. Vypočítajte prácu sily F, ktorá presunie teleso z x_1 = 0m do x_2 = 6m! a) Nakreslite priebeh sily F ako funkcie x a vypočítajte prácu ako plochu pod krivkou, b) Nájdite prácu integrovaním analytického výrazu pre silu.

Pr. 10.1
Dieťa sa spúšťa na saniach dole zľadovateným kopcom v tvare naklonenej roviny s výškou h = 20m a uhlom α = 30 stupňov. Jeho počiatočná rýchlosť je $v_1 = 0\ ms^{-1}$. Aká

bude jeho rýchlosť v spodnej časti kopca? Zanedbajte trenie!

Pr. 10.2
Teleso s hmotnosťou m = 0.80 kg sa šmýka bez trenia po vodorovnom povrchu a narazí do struny s konštantou tuhosti k = 50 Nm^{-1}. Struna je na druhom konci ukotvená v stene. Rýchlosť telesa v_1 = 1.2 ms^{-1}. Nájdite maximálne stlačenie struny Δx pomocou zachovania celkovej mechanickej energie!

Pr. 11.1
Balistické kyvadlo na meranie rýchlosti nábojov funguje takto: náboj s hmotnosťou m_1 a rýchlosťou v_{1i} sa zaryje do zaveseného dreveného hranola s hmotnosťou m_2, zostane v ňom a celý systém sa otočí okolo bodu závesu O a vystúpi do výšky h. Nájdite rýchlosť náboja v_{1i}!

Pr. 11.2
Máme systém štyroch hmotných bodov A,B,C,D s hmotnosťami 1kg, 2kg, 4 kg a 3kg. Ich poloha je daná súradnicami (2,3), (4,1), (0,-1) a (3,-2) v metroch v poradí, v akom sú uvedené hmotnosti. Nakreslite polohu hmotných bodov do grafu a skúste si tipnúť, kde bude ťažisko. Potom nájdite výpočtom ťažisko systému a zakreslite ho do grafu!

Pr. 11.3
Majme 3 hmotné body prepojené ľahkými pevnými tyčami ležiacimi na osi y (obr. na cvičení). Ich hmotnosti sú m_1 = 4 kg, m_2 = 2 kg, m_3 = 3 kg a ich príslušné súradnice sú (0,3), (0,-2) a (0,-4) v metroch (poradie zodpovedá poradiu hmotností). Systém rotuje okolo osi x uhlovou rýchlosťou $\omega = 2\ s^{-1}$.
a) Nájdite moment zotrvačnosti systému vzhľadom na os x!
b) Nájdite celkovú kinetickú energiu systému!

Pr. 12.1
Auto zrýchli rovnomerne z 0 na 80 míľ/hod za 8s. Vonkajšia sila, ktorá urýchli auto je trecia sila medzi pneumatikami a cestou. Ak kolesá neprešmykujú, nájdite minimálny koeficient trenia medzi pneumatikami a cestou!

Pr. 12.2
Teleso s m = 3 kg sa šmykne z pokoja z vrcholu naklonenej roviny (ktorá zviera s horizontálou uhol 30 stupňov), pričom prejde 2 m za 1,5 s. Aké je zrýchlenie telesa? Aký je koeficient trenia μ_k? Aká je rýchlosť po 1,5 s? Aká je trecia sila?

Pr. 12.3
Auto s hmotnosťou 1500 kg ide po kruhovom objazde s polomerom 50 m v smere hodinových ručičiek rýchlosťou 40 ms^{-1}. Aký je moment hybnosti auta vzhľadom na stred kružnice? Aká je jeho uhlová rýchlosť?

Pr. 13.1
Nájdite únikovú rýchlosť telesa s hmotnosťou m z gravitačného poľa Zeme pomocou zákona zachovania mechanickej energie!

Pr. 13.2
Loptu pustíme z výšky h rýchlosťou v_1. Bude padať voľným pádom. Aká bude jej rýchlosť v_2 vo výške $y < h$ ak a) $v_1 = 0$ a b) $v_1 > 0$? Využite zákon zachovania celkovej mechanickej energie.

Tieto príklady už nie:

Pr. 8.3
Teleso je pripevnené ku vodorovne umiestnenej strune zakotvenej vľavo v stene s konštantou tuhosti $k = 80\ Nm^{-1}$. Struna natiahneme z rovnovážnej polohy (x=0) do polohy $x_1 = 3$ cm. Vypočítajte prácu, ktorú vykoná sila F, ktorou pôsobí pružina na teleso pri presune telesa z x_1 do $x_2 = 0$ cm. Trenie zanedbáme.

Pr. 12.3.
Máme hojdačku, ktorou je doska s hmotnosťou m = 40 kg. Na hojdačke sú dve deti s hmotnosťami $m_1 = 50$ kg a $m_2 = 35$ kg, pozri obrázok na cvičení. Os rotácie je v strede dosky v ťažisku T. Vzdialenosť dieťaťa s m_1 od ťažiska je a = 1,5 m.
a) Aká je sila $\mathbf{F_N}$, ktorou pôsobí podpora na dosku?
b) Kde má sedieť ľahšie dieťa, aby bola hojdačka v rovnováhe?

Pr. 14.2
Sila, ktorá pôsobí na teleso pozdĺž osi x (a aj teleso sa pohybuje pod jej účinkom pozdĺž osi x), sa mení so vzdialenosťou x tak, že prvé 4 metre sa mení podľa vzťahu $F(x) = \sqrt{[R^2-k(x-a)^2]}$ kde R = 2N, a = 2m, $k = 1N^2m^{-2}$; druhé 2m sa mení podľa vzťahu F(x) = b = 2N a posledné 2m podľa vzťahu F(x) = cx+d kde $c = 1\ Nm^{-1}$, d = 8N. Vypočítajte prácu sily F, ktorá presunie teleso z x_1= 0m do x_2= 8m! Pomôcka: nakreslite graf sily F ako funkcie x a vypočítajte prácu ako plochu pod krivkou!

Pr. 14.3
Chlapci Ján a Pavol sa sánkovali na kopci. Sánky aj s nimi mali hmotnosť 90 kg. Aby išli čo najrýchlejšie, hore sa rozbehli, naskočili na sánky a išli dolu. Počiatočná rýchlosť sánok už s oboma chlapcami je $10\ km \cdot h^{-1}$. Kopec je vysoký 20 m. Predpokladajte, že chlapci nebrzdia a že trenie sánok a odpor vzduchu sa dá zanedbať. Akú rýchlosť majú sánky s Jánom a Pavlom na úpätí kopca?

Pr. 14.4
Náboj o hmotnosti 4 g vletí do balistického kyvadla vodorovne rýchlosťou $600\ m \cdot s^{-1}$.

Kyvadlo má hmotnosť 1 kg. Náboj ním preletí a vyletí von rýchlosťou 100 $m \cdot s^{-1}$. Vypočítajte výšku, do ktorej vystúpi kyvadlo.

Pr. 14.5
Lietadlo s rýchlosťou v_0 počas letu exploduje a rozpadne sa na 2 časti s rovnakou hmotnosťou. Jedna časť pokračuje v lete v smere, ktorý zviera s pôvodným smerom uhol α a druhá časť v smere, ktorý zviera s pôvodným smerom uhol $-\alpha$. Energia vyvinutá pri explózii je rovnaká ako kinetická energia, ktorú malo lietadlo tesne pred explóziou. Určite veľkosť rýchlostí oboch častí lietadla a uhol α po explózii.

Pr. 14.6.
Teleso s hmotnosťou $m = 3$kg sa začne šmýkať z pokoja dole naklonenou rovinou s uhlom $\alpha = 30$ stupňov. Za čas $t = 1{,}5$ s sa šmykne o vzdialenosť $x(t) = 2$ metre.
a) Aké je zrýchlenie, s ktorým sa šmýka?
b) Aká bude jeho rýchlosť v čase t?
c) Aký je koeficient kinetického trenia μ_k?
d) Aká je trecia sila?

Pr. 10.4
Vypočítajte moment zotrvačnosti tenkej homogénnej tyče s hmotnosťou M a dĺžkou L vzhľadom na os, ktorá je kolmá na tyč a prechádza jej ťažiskom!

Pr. 11.4
Tenká homogénna tyč s hmotnosťou m a dĺžkou l je vo vodorovnej polohe, pričom sa môže otáčať okolo pevnej osi ukotvenej v stene na ľavom konci tyče (obr. na prednáške). Os je kolmá na tyč. Pravý koniec tyče pridŕžame a potom náhle pustíme. S akým uhlovým zrýchlením sa tyč začne otáčať? Aké bude počiatočné tangenciálne zrýchlenie pravého konca tyče?

Pr. 12.1
Máme tenké koleso (disk) v rovine xy so stredom v počiatku. Po obvode kolesa pôsobí v bode so súradnicami (0 ; 1) m sila $F_1 = 5$N v smere osi x a v bode (- 0,5 ; 0) m sila $F_2 =$ 6N v smere osi -y. Aký je výsledný moment sily pôsobiaci na koleso?