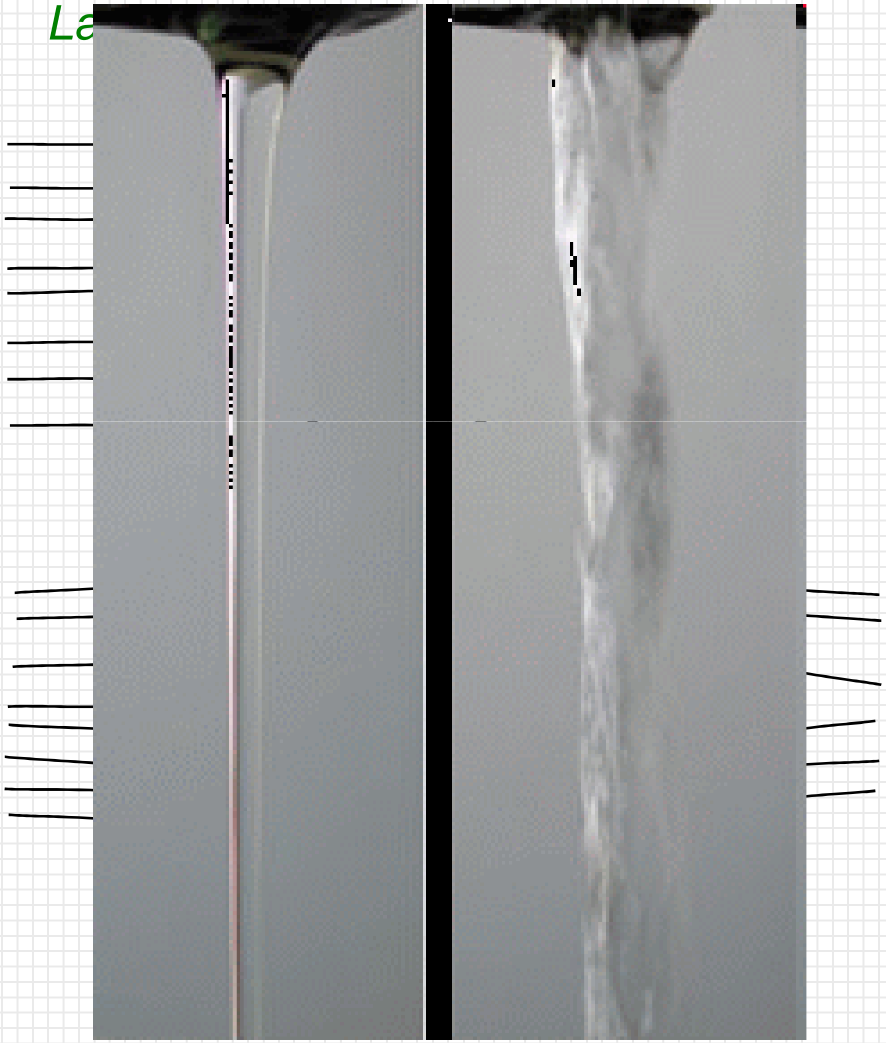
- *Viskózna kvapalina*
- *Povrchové napätie*
- *Kapilárne javy*

Viskózna kvapalina

La



Pri prúdení reálnej kvapaliny pôsobia medzi dvoma susednými vrstvami pri ich relatívnom pohybe trecie sily, ktoré majú smer dotyčnice k daným vrstvám. Tieto sily nazývame sily vnútorného trenia.

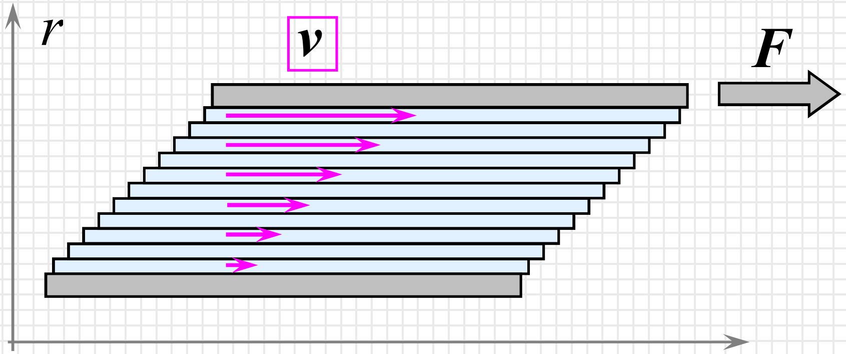
Laminárne ... Vrstvy sa posúvajú po sebe bez vzájomného premiešavania

Turbulentné ... Vznikajú zložky rýchlosti kolmé na smer prúdu a vrstvy sa začínajú premiešavať

Koeficient dynamickej viskozity

Pozn.:
Uvažujeme laminárne prúdenie, to zn., že vrstvy sa len posúvajú a vzájomne nemiešajú.

reálna kvapalina - vnútorné trenie = ***viskozita***



$$\boxed{\boldsymbol{F} = \eta S \frac{\boldsymbol{v}}{r}}$$

$$\frac{F_t}{S} = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$$

V dôsledku nerovnomerného pohybu vrstiev kvapaliny vzniká medzi vrstvami tangenciálne napätie. Má smer rýchlosti.

$$\boxed{\boldsymbol{\tau} = \eta \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}r}}$$

η... je materiálová konštanta

η... je funkciou teploty

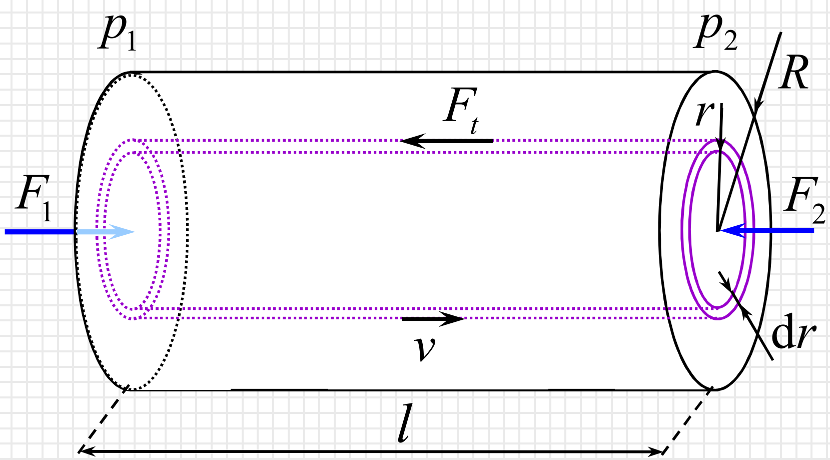
η... nezávisí od materiálu dosiek

η... **koeficient dynamickej viskozity**
... (koeficient vnútorného trenia)

$$[\eta] = [Nsm^{-2}] = [Pas]$$

Kvapalina	Teplota [^{o}C]	η [Pas]
Voda	0	18,0
Voda	20	10,1
Voda	100	2,8

Rozloženie rýchlosti v potrubí



$$F_t = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} S$$

$$(p_1 - p_2)\,\pi\, r^2 = -\eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} 2\,\pi\, r\, l$$

$$\mathrm{d}v = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\eta\, l} r\,\mathrm{d}r$$

$$v(r) = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\eta\, l} \int r\,\mathrm{d}r = -\frac{(p_1 - p_2)}{4\eta\, l} r^2 + C$$

$$S = 2\pi r l$$

$$F_1 = p_1 \pi r^2$$

$$F_2 = p_2 \pi r^2$$

$$F_1 - F_2 = F_t$$

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = F_t$$

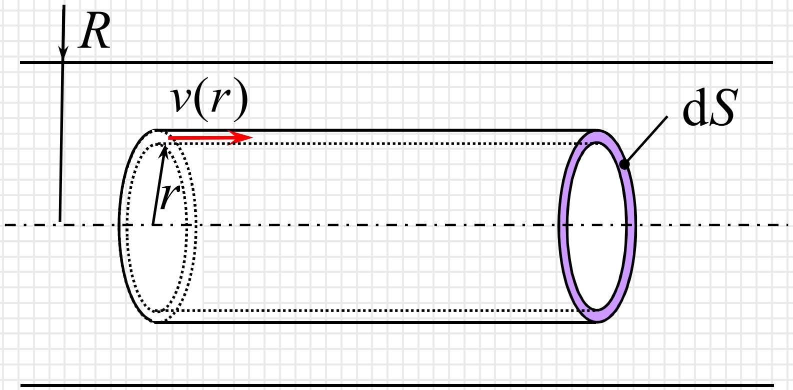
Určenie integračnej konštanty C:

$$v(R) = 0 \qquad C = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta\, l} R^2$$

Po dosadení integračnej konštanty C dostávame vzťah pre rozloženie rýchlosti v potrubí:

$$\boxed{v(r) = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta\, l}(R^2 - r^2)}$$

Poisseuillov vzorec



$$V = S\,v\,t$$

$$\mathrm{d}V = v(r)\,t\,\mathrm{d}S \qquad \mathrm{d}S = 2\pi r\,\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}V = \underbrace{\frac{(p_1 - p_2)}{4\eta\, l}(R^2 - r^2)}_{\text{Rozloženie rýchlosti}}\, t\, 2\pi\, r\,\mathrm{d}r$$

$$V = \frac{\pi (p_1 - p_2)\, t}{2\eta\, l}\int_0^R (R^2 r - r^3)\,\mathrm{d}r$$

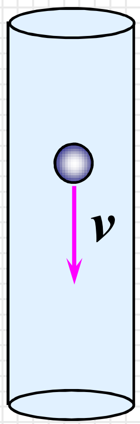
$$V = \frac{\pi (p_1 - p_2)\, t}{2\eta\, l}\left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{\pi (p_1 - p_2)\, t}{8\eta\, l} R^4}$$

Pohyb tuhého telesa v kvapaline

Pozn.:
laminárne prúdenie, v je malé

reálna kvapalina - **viskozita**

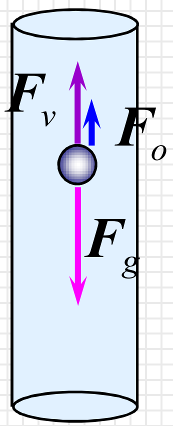


$$F \sim v$$

$$F \sim r$$

$$\boxed{F = 6\pi\eta r v}$$ Stokesov vzťah

Odvodenie rýchlosti pohybu tuhého telesa (guľôčky) v kvapaline:



$$F_g = mg \quad = V\rho_t g \quad = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_t g$$

$$F_v = V\rho_k g \quad = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g$$

$$F_o = 6\pi\eta r v$$

pre v=konšt. platí:

$$F_g = F_v + F_o$$

$$\frac{4}{3}\cancel{\pi}\cancel{r^3}^{\,2}\rho_t g = \frac{4}{3}\cancel{\pi}\cancel{r^3}^{\,2}\rho_k g + 6\cancel{\pi}\eta\cancel{r}v$$

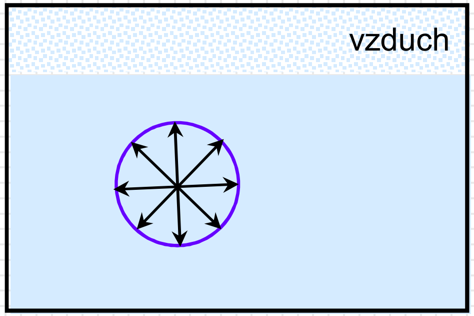
$$\boxed{v = \frac{2}{9}\frac{r^2(\rho_k - \rho_t)}{\eta} g}$$

Povrchové napätie v kvapalinách

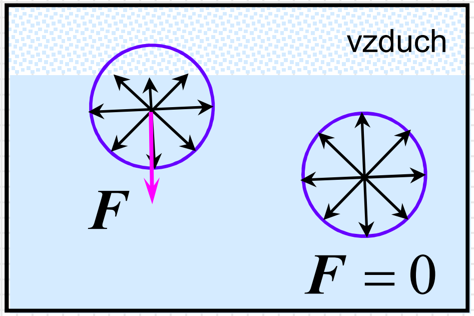
... povrch kvapaliny vykazuje také vlastnosti akoby bol pokrytý tenkou pružnou vrstvou. Budeme sa zaoberať otázkou čo je príčinou? a ako sa to dá fyzikálne popísať

odpoveď treba hľadať v **mikroskopickej štruktúre** → **príťažlivé sily molekúl**

pozn.: Stačí sa obmedziť len na blízke molekuly, pretože účinok síl so vzdialenosťou rýchlo klesá.



sféra molekulového pôsobenia



Výslednica molekulového pôsobenia smeruje dovnútra kvapaliny. Molekuly povrchovej vrstvy pôsobia na vnútorné **molekulovým tlakom**.

Povrchové napätie v kvapalinách (pokračovanie)

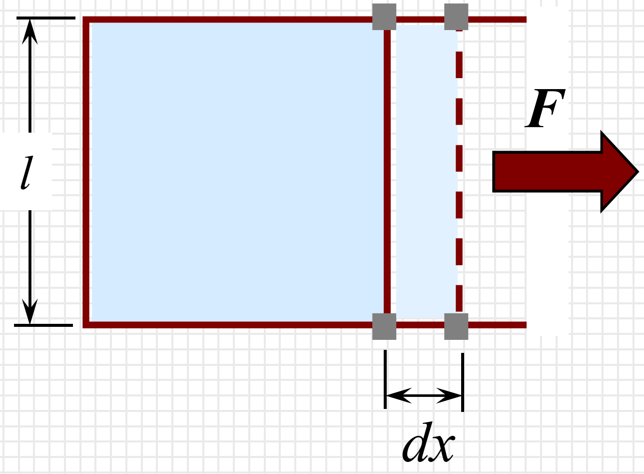
... ak chceme premiestniť molekulu zvnútra kvapaliny na povrch treba konať prácu proti silám molekúl v povrchovej vrstve.

povrch kvapaliny má istú energiu = **povrchová energia kvapalín**

$$\boxed{\frac{\Delta E}{\Delta S} = \sigma}$$

σ ... povrchové napätie

Určenie povrchového napätia pomocou sily:



$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S} = \frac{dE}{dS} \qquad dE = \sigma dS$$

$$dA = F dx$$

$$dA = dE$$

$$F dx = \sigma dS \qquad dS = l dx$$

$$F dx = \sigma l dx$$

$$F = \sigma l \qquad \boxed{\sigma = \frac{F}{l}}$$

príklady z praxe: snaha o minimalizáciu energie – dve guľôčky kvapaliny sa zlúčia do jednej s menším povrchom, po pretavení vlákna žiarovky sa koniec zaoblí, hmyz na vode

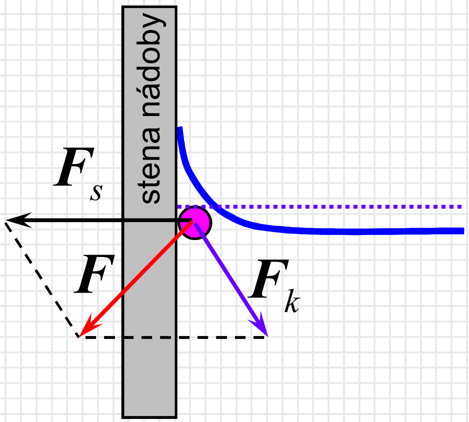
Kapilárne javy

Pozn.:
•Tvar povrchu sa ustáli tak aby výslednica síl bola kolmá na povrch.
•V dostatočnej vzdialenosti od stien je povrch kvapaliny **rovinný**.

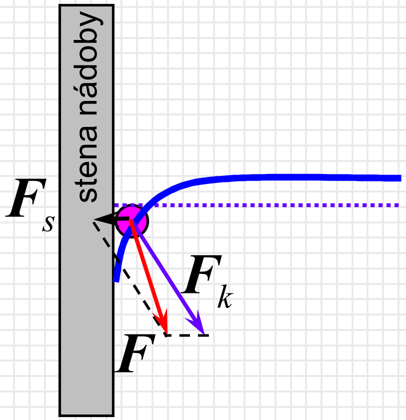
kvapalina v úzkej nádobe resp. kapiláre môže mať rôzny tvar povrchu:

- **rovinný**
- **konkávny** (kvapalina zmáča steny nádoby)
- **konvexný** (kvapalina nezmáča steny nádoby)

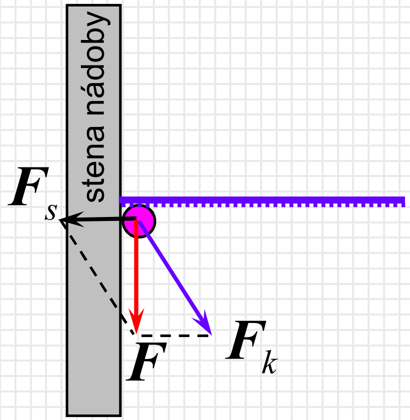
Pre vysvetlenie **zakrivenia povrchu** je potrebné vyšetriť sily



konkávny povrch – kvapalina zmáča steny nádoby, výslednica síl smeruje šikmo k stene nádoby (voda/sklo)



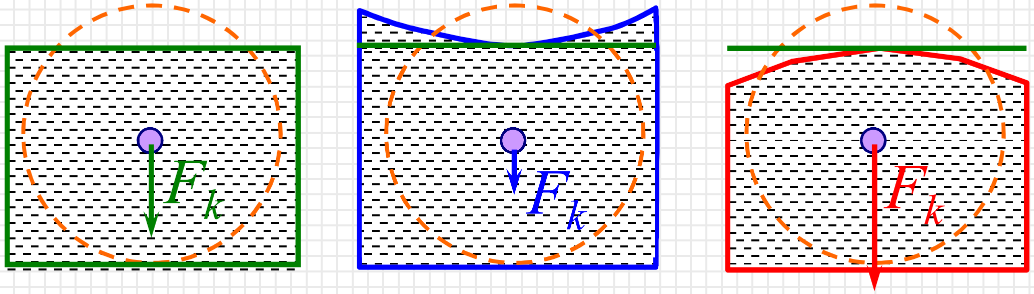
konvexný povrch – kvapalina nezmáča steny nádoby, výslednica síl smeruje šikmo do kvapaliny (ortuť/sklo)



rovinný povrch –výslednica síl smeruje kolmo do kvapaliny

Silové pôsobenie pod povrchom kvapaliny

Výsledná sila pod povrchom v sfére molekulového pôsobenia:



Vodorovný povrch | Konkávny povrch | Konvexný povrch

tlak pod povrchom:

$$\boxed{p = p_0 \pm p_k} \qquad p_k = \frac{F_k}{S} = \frac{\sigma l}{S} = \frac{\sigma 2\pi R}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R}$$

výsledný tlak pod povrchom:

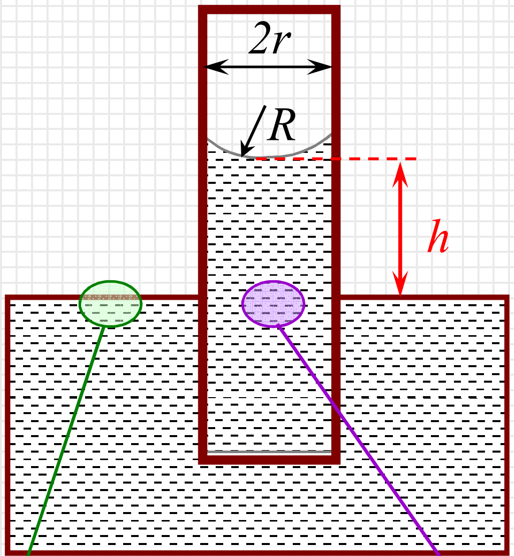
$$\boxed{p = p_0 \pm \frac{2\sigma}{R}}$$

+ ... konvexný - nezmáča

- ... konkávny - zmáča

Kapilárna elevácia, depresia

Kapilárna elevácia



$$\boxed{p = p_0}$$

$$\boxed{p = p_0 - \frac{2\sigma}{R} + \rho g h}$$

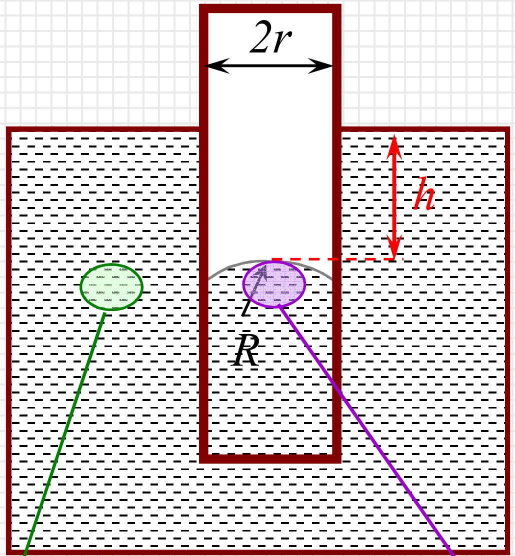
$$\frac{2\sigma}{R} = \rho g h$$

V prípade dobrého zmáčania

$$r = R$$

$$\boxed{h = \frac{2\sigma}{r\rho g}}$$

Kapilárna depresia



$$\boxed{p = p_0 + \rho g h}$$

$$\boxed{p = p_0 + \frac{2\sigma}{R}}$$

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R}$$

V prípade dobrého nezmáčania

$$r = R$$

$$\boxed{h = \frac{2\sigma}{r\rho g}}$$