

MERANIE OBJEMOVEJ HMOTNOSTI TUHÝCH LÁTOK

RNDr. Jaroslav Kovár

Teoretický úvod:

Rozloženie látky v určitej časti priestoru charakterizujeme veličinou, ktorú nazývame objemová hmotnosť látky (podľa staršej normy merná hmotnosť) a označujeme ju ρ . objemová hmotnosť látky je definovaná ako podiel hmotnosti m a objemu V homogénnej vzorky danej látky

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Ak je látka vo vzorke rozložená nerovnomerne, zavádzame fyzikálnu veličinu hustota, ktorá je funkciou polohy a je definovaná nasledovným diferenciálnym vzťahom

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (2)$$

Z definovaných vzťahov (1) a (2) vyplýva pre objemová hmotnosť a hustotu látky jednotka $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Objemová hmotnosť (ďalej OH) látky môže závisieť od teploty, tlaku, vlhkosti a pod. Zmena teploty a tlaku vedie k zmene objemu a tým aj k zmene objemovej hmotnosti látky. Preto je vždy potrebné uvádzať spolu s výsledkami i podmienky merania, najmä tie, ktoré majú na výsledok významný vplyv.

Metóda merania:

Pri meraní OH látky hmotnosť m určujeme zvyčajne priamo vážením meranej vzorky a objem V rôznymi metódami podľa zložitosti tvaru meranej vzorky a nárokov na presnosť. Podľa spôsobu určovania objemu vzorky poznáme niekoľko metód určovania objemovej hmotnosti tuhých látok.

A. PRIAME METÓDY URČOVANIA OBJEMOVEJ HMOTNOSTI

Líšia sa v spôsobe určovania objemu danej látky. V prípade telesa jednoduchého geometrického tvaru (válec, kváder a pod.) určíme OH podľa vzťahu (1) tým, že určíme hmotnosť telesa priamo vážením a objem z nameraných rozmerov telesa a vypočítaním podľa príslušného vzťahu. Metóda je pomerne presná pre väčšie telesá, ktorých rozmery meriame s dostatočne malou chybou. Objem telesa zložitejšieho tvaru určíme experimentálne napr. ponorením do kvapaliny a meraním objemu kvapaliny telesom vytlačenej. Metódu možno použiť iba na orientačné meranie, nakoľko presnosť merania objemu značne ovplyvňujú javy súvisiace s povrchovým napätím kvapaliny.

Postup merania:

- a) Určíme objem danej vzorky. U telies pravidelného tvaru (válec, kváder a pod.) ho stanovíme meraním príslušných rozmerov. Meranie robíme pomocou posuvného meradla alebo, ak chceme väčšiu presnosť, pomocou mikrometra. Daný rozmer meriame viackrát (aspoň 10-krát). Merané hodnoty zapisujeme do tabuľky:

Tabuľka I.

č. m.	x_i [m]	$(x_i - \bar{x})^2$ [m ²]
1		
2		
.		
.		

- b) Ak ide o vzorky nepravidelného tvaru, ich objem určíme experimentálne ponorením do kvapaliny a zmeraním objemu kvapaliny telesom vytlačenej pomocou odmerného válca.
- c) Zvážíme danú vzorku na váhach čo najpresnejšie.

Úlohy:

1. Určiť objem telesa (vzorky) z nameraných rozmerov.
2. Určiť hmotnosť telesa vážením na váhach.
3. Vypočítať hustotu telesa na základe vzťahu (1).

Spracovanie výsledkov.

Z nameraných hodnôt pre jednotlivé rozmery telesa určíme ich aritmetické priemery (pozri úlohu Vyhodnocovanie chyby merania - vzťah (4)). Tieto hodnoty považujeme za najpravdepodobnejšie hodnoty. Dosadením týchto hodnôt do všeobecného vzorca pre výpočet objemu dostaneme najpravdepodobnejšiu hodnotu objemu. K daným aritmetickým priemerom príslušných rozmerov určíme ich chybu a to strednú kvadratickú odchytku aritmetického priemeru (pozri Vyhodnocovanie chyby merania - vzťah (11)). Týchto kvadratických chýb jednotlivých rozmerov vzorky využijeme na stanovenie celkovej chyby objemu ako odchytky od jeho priemernej hodnoty (pozri úlohu Vyhodnocovanie chyby merania – vzťah (17)). Po zistení hmotnosti vzorky vážením určíme objemovú hmotnosť materiálu podľa vzťahu (1) ako najpravdepodobnejšiu hodnotu a nakoniec strednú kvadratickú odchytku pre danú veličinu podľa vzťahu

$$\bar{\delta}_\rho = \bar{\rho} \sqrt{\left(\frac{\delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\delta}_V}{V}\right)^2},$$

kde δ_m je absolútna chyba merania hmotnosti plynúca z triedy presnosti váh a určíme ju odhadom.

Priame metódy určovania OH tuhých látok sú pomerne rýchle, ale málo presné. Preto ich nahradzujeme metódami nepriamymi, najmä stanovenie objemu (býva zaťažené najväčšou chybou) nahradzujeme ďalším vážením, kde si často berieme na pomoc látku so známou OH. Tohto postupu sa využíva v ďalších popísaných metódach.

B. HYDROSTATICKÁ METÓDA URČOVANIA OBJEMOVEJ HMOTNOSTI

U tejto metódy objem vyšetrovaného telesa môžeme určiť s využitím znalosti Archimedovho zákona, podľa ktorého tiaž telesa ponoreného do kvapaliny je menšia v porovnaní s tiažou vo vzduchu o rozdiel vztlatku v kapaline a vo vzduchu. Ak označíme ρ_k a ρ_v OH kvapaliny a vzduchu, je tiaž telesa vo vzduchu $F_1 = mg - \rho_v Vg$ a tiaž telesa v kvapaline $F_2 = mg - \rho_k Vg$. Ak hmotnosť telesa vyjadríme vzťahom $m = \rho V$, kde ρ je OH telesa a obidve rovnice dáme do pomeru, po malej úprave dostaneme pre hľadanú veličinu ρ vzťah

$$\rho = \frac{F_1 \rho_k - F_2 \rho_v}{F_1 - F_2}. \quad (3)$$

Postup merania:

- a) Zavesíme teleso pomocou tenkého vlákna na silomer a určíme tiaž F_1 a F_2 odčítaním údajov na silomere pred ponorením a po ponorení telesa do kvapaliny. Namerané údaje si zapíšeme.
- b) Sily F_1 a F_2 je možné určiť aj pomocou laboratórnych váh (s možnosťou zavesiť teleso pomocou vlákna na rameno s miskou pre vážené predmety) tak, že vyvážíme závažím hmotnosti m_1 zavesené teleso vo vzduchu a potom závažím hmotnosti m_2 zavesené teleso a ponorené do kvapaliny známej hustoty. V tomto prípade nehradíme sily F_1 a F_2 vo vzťahu (3) výrazmi $m_1 g$ a $m_2 g$.
- c) Zapíšeme si i ďalšie údaje, ako tlak a teplotu, pri ktorých bolo meranie vykonané.

Úlohy:

1. Stanoviť hustotu danej vzorky použitím silomeru.
2. Stanoviť hustotu tej istej vzorky použitím laboratórnych váh.

Spracovanie výsledkov:

Z nameraných hodnôt síl F_1 a F_2 vypočítame podľa (3) hustotu materiálu. Chybu merania určíme na základe parciálnych príspevkov chýb jednotlivých meraných síl a prípadne chýb vstupných hodnôt ρ_k, ρ_v . Ak uvažujeme rovnakú chybu merania všetkých síl δ_F a chyby vstupných hodnôt $\delta_{\rho_k}, \delta_{\rho_v}$ je výsledná chyba vyjadrená vzťahom

$$\delta_\rho^2 = \frac{1}{(F_1 - F_2)^2} \left\{ [(\rho - \rho_k)^2 + (\rho - \rho_v)^2] \delta_F^2 + F_1^2 \delta_{\rho_k}^2 + F_2^2 \delta_{\rho_v}^2 \right\} \quad (4)$$

Pri použití laboratórnych váh pri určovaní hustoty vzorky výslednú chybu vypočítame tiež podľa vzťahu (4). Stačí v ňom nahradiť sily F_1, F_2 resp. ich chybu δ_F výrazmi m_1g, m_2g a $g\delta_m$. Chyby $\delta_F, \delta_m, \delta_{\rho_k}, \delta_{\rho_v}$ určíme odhadom.

Poznámka: Metóda je vhodná na rýchle laboratórne merania a pri použití presných váh možno dosiahnuť presnosť lepšiu ako 0,1%. Pri menej presných meraniach sa vplyv vztľaku vzduchu (člen $F_2\rho_v$) zanedbáva.

3. PYKNOMETRICKÁ METÓDA URČOVANIA HUSTOTY.

Je vhodná na určovanie hustoty látky v tvare drobných teliesok, ktoré môžeme nasypať do pyknometra. Pyknometer je sklenená nádobka so zabrušeným hrdlom a zabrušenou zátkou s pozdĺžnym kapilárnym otvorom. Ten dovoľuje, aby pri naplnení pyknometra kvapalinou a zasunutí zátky, vytekla prebytočná kvapalina kapilárou von. To nám zabezpečuje, že pri nezmenených vonkajších podmienkach bude mať kvapalina v pyknometri s vysokou presnosťou stále rovnaký objem.

Postup merania:

OH vyšetrovanej vzorky určíme nasledovným postupom na základe troch vážení.

- a) Vyšetrovanú vzorku neznámej hustoty vyvážíme na laboratórnych váhach závažím m_1 . Ak pri presnom vážení uvažujeme vztlak vzduchu, platí pre rovnováhu na váhach rovnica

$$m_1g - V_{z1}\rho_vg = \rho Vg - \rho_v Vg$$

kde ρ, ρ_v sú hustoty vyšetrovanej látky a vzduchu, V objem vyšetrovanej látky. Ak vyjadríme objem závažia $V_{z1} = m_1/\rho_z$, kde ρ_z je hustota závažia, môžeme poslednú rovnicu upraviť na tvar

$$m_1 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_z} \right) = (\rho - \rho_v)V \quad (5)$$

- b) Naplníme pyknometer kvapalinou známej OH ρ_k a vyvážíme závažím hmotnosti m_2 . Rovnicu rovnováhy po úprave ako v predchádzajúcom prípade môžeme písať v tvare

$$m_2 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_z} \right) = m_p + V_k \rho_k - V_p \rho_v \quad (6)$$

kde m_p je hmotnosť prázdneho pyknometra, V_p je celkový objem pyknometra (určený vonkajším povrchom), V_k je vnútorný objem pyknometra (odpovedajúci objemu kvapaliny).

- c) Nakoniec vložíme vyšetovanú vzorku do pyknometra s kvapalinou a pyknometer opäť uzavrieme zátkou, čím prebytočná kvapalina vytečie kapilárkou. Pritom dbáme, aby bol vyplnený celý jeho objem. Pyknometer so vzorkou a kvapalinou vyvážíme závažím hmotnosti m_3 . Keďže úbytok kvapaliny v pyknometri odpovedá objemu vzorky, má upravená rovnica za rovnováhy tvar

$$m_3 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_z} \right) = m_p + (V_k - V) \rho_k + V \rho - V_p \rho_v \quad (7)$$

Riešením rovníc (5), (6), (7) (od rovnice (7) odčítame rovnicu (6) a výsledný vzťah dáme do pomeru s rovnicou (5)) dostávame

$$\rho = \frac{m_1}{m_1 + m_2 - m_3} (\rho_k - \rho_v) + \rho_v \quad (8)$$

Úlohy:

1. Na základe troch vážení plynúcich z danej metódy stanovte objemovú hmotnosť drobných teliesok podľa vzťahu (8).
2. Stanovte chybu merania pri tejto metóde.
3. Výsledky porovnajete s predchádzajúcimi metódami.

Spracovanie výsledkov a vyhodnotenie merania:

Stanovenie hmotnosti m_1 , m_2 , m_3 robíme pomocou analytických váh, kde vážime bežne s presnosťou na 1mg. Lepšiu presnosť získame použitím nóniusového zariadenia (až o dva rády lepšiu). Z nameraných hodnôt hmotností m_1 , m_2 , m_3 a niektorých vstupných hodnôt ako sú ρ_k a ρ_v vypočítame podľa (8) OH danej vzorky. Chybu merania opäť určíme na základe parciálnych príspevkov chýb jednotlivých meraných hmotností a prípadne chýb vstupných hodnôt OH ρ_k , ρ_v . Ak uvažujeme rovnakú chybu merania všetkých hmotností δ_m a chyby vstupných hodnôt pre OH δ_{ρ_k} , δ_{ρ_v} je výsledná chyba vyjadrená vzťahom

$$\delta_\rho^2 = \frac{(\rho - \rho_v)^2}{(\rho_k - \rho_v)^2} \left[\left(2 + \frac{(m_2 - m_3)^2}{m_1^2} \right) (\rho - \rho_v)^2 \frac{\delta_m^2}{m_1^2} + \delta_{\rho_k}^2 + \frac{(m_2 - m_3)^2}{m_1^2} \delta_{\rho_v}^2 \right] \quad (9)$$

Analýzou vzťahu (9) vidieť, že presnosť merania rastie so zväčšovaním hmotnosti vzorky. Chybu hmotnosti δ_m a chyby vstupných hodnôt δ_{ρ_k} , δ_{ρ_v} stanovte odhadom.

Kontrolné otázky:

1. Čo je to objemová hmotnosť látky a v akých jednotkách ju meriame.
2. Popíšte priamu metódu merania objemovej hmotnosti.
3. Popíšte hydrostatickú metódu merania objemovej hmotnosti.
4. Popíšte pyknometer.
5. Popíšte pyknometrickú metódu merania objemovej hmotnosti.
6. Odvodte vzťahy (3) a (8).

D. MERANIE OBJEMOVEJ HMOTNOSTI PÓROVITÝCH A SYPANÝCH MATERIÁLOV

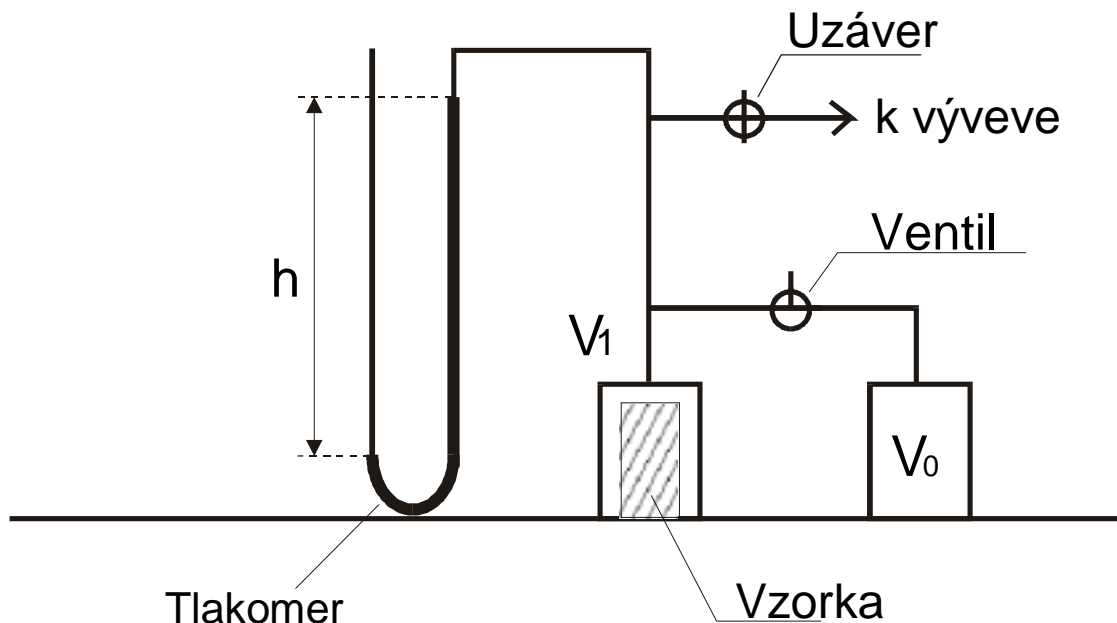
Najväčšou ťažkosťou pri meraní OH týchto látok je určenie ich skutočného objemu. Ponorenie do kvapaliny nie je ešte záruka, že kvapalina vnikne do všetkých pórov a dutín (vplyvom pvrchového napätia kvapaliny), čo má za následok zväčšenie skutočného objemu látky. Predchádzajúce metódy nie je možné použiť ani v tých prípadoch, keď sa vzorka v kvapaline rozpúšťa. Všetky tieto nedostatky odstraňuje metóda využívajúca nasledovné vlastnosti plynov.

- Plyn vyplňuje celý priestor, ktorý má k dispozícii.
- V zmesi plynov, ktoré spolu chemicky nereagujú, sa každý plyn chová tak, ako by celý priestor mal k dispozícii len on sám.
- Ak jeden plyn v nádobe o objeme V_1 má tlak p_1 , druhý plyn v nádobe o objeme V_2 má tlak p_2 atď, potom po spojení všetkých nádob (ak spojenie prebehne izotermicky) bude pre výsledný tlak v spojených nádobách platiť (Daltonov zákon)

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n p_i V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}.$$

Popis zariadenia:

Meracia sústava (pozri obr. 1) pozostáva z dvoch vzájomne prepojených a ventilom oddelených nádob, vákuovej vývevy a tlakomeru. Prvá nádoba s trubicami až po tlakomer, uzáver ventilu a ventil má objem V_1 . Pri meraní sa do nej vkladá vyšetřovaný materiál. Druhá nádoba má až po ventil objem V_0 (známy objem). Pri meraní volíme nasledovný postup.



Obr. 1

Metóda a postup merania:

- a) Prvé meranie urobíme bez vzorky. Ventil nastavíme do polohy, v ktorej je objem V_1 uzavretý a objem V_0 otvorený do miestnosti s atmosférickým tlakom p_0 . Otvoríme uzáver k vývevu, zapneme vývevu, vyčerpáme vzduch z objemu V_1 a uzáver zatvoríme. Po ustálení teploty je tlak vo vyčerpanom priestore $p_1 = p_0 - h_1\rho_0g$, kde h_1 je rozdiel výšky hladín v tlakomernej U-trubici a ρ_0 OH ortuti v trubici. Po zaznamenaní h_1 otočíme ventil do polohy, v ktorej sú objemy V_1 a V_0 vzájomne prepojené. Tlaky v spojených nádobách objemu $V_1 + V_0$ sa vyrovnajú a po ustálení teploty je rozdiel hladín h'_1 , čo predstavuje tlak vzduchu $p'_1 = p_0 - h'_1\rho_0g$. Pri izotermickej zmene možno z Daltonovho zákona písať

$$p'_1(V_0 + V_1) = p_1V_1 + p_0V_0$$

t.j.

$$(p_0 - h'_1\rho_0g)(V_0 + V_1) = (p_0 - h_1\rho_0g)V_1 + p_0V_0. \quad (10)$$

- b) Do prvej nádoby vložíme vyšetrovanú vzorku, takže objem vzduchu sa zmení z objemu V_1 na hodnotu $V_1 - V$, kde V predstavuje objem vzorky. Meranie zopakujeme rovnakým spôsobom ako v časti a) a zaznamenávame údaje h_2 a h'_2 . Pre takýto prípad rovnica stavovej zmeny bude mať tvar

$$(p_0 - h'_2\rho_0g)(V_0 + V_1 - V) = (p_0 - h_2\rho_0g)(V_1 - V) + p_0V_0 \quad (11)$$

- c) Ak poznáme objem V_0 , vylúčime zo sústavy rovníc (10), (11) objem V_1 (jeho hodnotu nepotrebuje poznať) a po úprave pre objem látky dostávame vzťah

$$V = V_0 \left(\frac{h'_1}{h_1 - h'_1} - \frac{h'_2}{h_2 - h'_2} \right). \quad (12)$$

- d) Určíme hmotnosť látky vážením a vypočítame hľadanú OH podľa vzťahu (1).

Úlohy:

1. Určiť viacnásobným meraním tlakov podľa bodov a), b) objem danej látky.
2. Určiť vážením hmotnosť danej látky.
3. Z nameraných hodnôt určiť objemovú hmotnosť látky.
4. Posúdiť dosiahnutú presnosť.

Spracovanie a vyhodnotenie výsledkov:

Výšky h_1 a h'_1 odpovedajúce prípadu bez prítomnosti vzorky v mernej nádobe stanovíme pre niekoľko opakovaných meraní podľa bodu a). Z nameraných hodnôt h_1 a h'_1 určíme pre ne priemerné hodnoty. Podobne pre prípad, keď sa v mernej nádobe nachádza vzorka (bod b) urobíme opäť viac opakovaných meraní a určíme výšky h_2 a h'_2 . Z daných hodnôt urobíme opäť priemerné hodnoty. Takto získané priemerné hodnoty dosadíme do vzťahu (12) a vypočítame objem meranej vzorky a po zistení hmotnosti vážením určíme OH materiálu. Chybu merania určíme na základe parciálnych príspevkov chýb jednotlivých meraných veličín (výšok a hmotnosti) a prípadne chýb vstupných hodnôt (objem V_0). Ak sú všetky rozdiely výšky hladín merané s rovnakou chybou δ_h , hmotnosť s chybou δ_m a objem V_0 s chybou δ_{V_0} , pre výslednú náhodnú chybu stanovenia OH plynie vzťah

$$\left(\frac{\delta_\rho}{\rho}\right)^2 = \left[\frac{h_1^2 + h_1'^2}{(h_1 - h_1')^4} + \frac{h_2^2 + h_2'^2}{(h_2 - h_2')^4} \right] \left(\frac{V_0}{V}\right)^2 (\delta_h)^2 + \left(\frac{\delta_{V_0}}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{\delta_m}{m}\right)^2, \quad (13)$$

kde chyby δ_h , δ_m , δ_{V_0} určíme odhadom.

Metóda je vhodná iba pre suché materiály, lebo pri vlhkých materiáloch dochádza pri znížení tlaku k intenzívnemu odparovaniu vody a značnému skresleniu merania a je tiež vhodná iba pre materiály s otvorenými vzduchovými dutinami.

Kontrolné otázky:

1. Ako sa mení tlak plynu v závislosti od objemu pri stálej teplote.
2. Ako sa správajú vzájomne nereagujúce plyny v jednej nádobe a aký je ich výsledný tlak.
3. Ako je definovaná objemová hmotnosť látky a akú má jednotku v sústave SI.
4. Ako meriame tlak U-manometrom a ako ho prepočítame na jednotky v sústave SI.
5. Ako sa z tlaku meraného na otvorenom U-manometri a z atmosférického tlaku určí tlak v čerpanej nádobe. Vysvetliť názorne.

Úloha je prevzatá, doplnená a opravená, zo skrípt:

Doc. RNDr. Drahoslav Vajda, CSc., Doc. Ing. Július Štelina, CSc., RNDr. Jaroslav Kovár, Ing. Ctibor Musil, CSc., RNDr. Ivan Bellan, Doc. Ing. Igor Jamnický, CSc. „*Návody k laboratórnym cvičeniam z fyziky*“, vydala Žilinská univerzita vo vydavateľstve EDIS, 2. nezmenené vydanie, rok 2003.