

URČENIE OHNISKOVEJ VZDIALENOSTI ŠOŠOVKY PRE KVÁZIMONOCROMATICKÉ A POLYCHROMATICKÉ SVETLO

URČENIE ZÁVISLOSTI INDEXU LOMU MATERIÁLU ŠOŠOVKY OD VLNOVEJ DĹŽKY SVETLA – DISPERZIA

1. TEORETICKÁ ČASŤ

Optika alebo náuka o svetle vznikla kedysi ako snaha odpovedať na otázku, prečo človek môže vidieť okolité predmety. Už v starovekom Grécku si niektorí filozofi uvedomovali, že telesá sa stávajú viditeľnými za určitých podmienok - keď sa dostatočne zvýši ich teplota, ak pohlcujú svetlo alebo menia smer jeho šírenia (odrážajú, rozptyľujú). Svetlom v obvyklom zmysle tohto slova teda rozumieme fyzikálny dej, ktorý vyvoláva subjektívny zrakový vnem [1].

Obsah optiky je možné triediť podľa rôznych hľadísk, avšak často sa uvádza triedenie podľa jeho vlastností, na ktoré kladieme hlavný dôraz. Takéto triedenie v podstate odpovedá historickému vývoju. Najskôr sa totiž sledovalo správanie sa svetla v prostrediach vyplňajúcich dosť veľké časti priestoru okolo rozmerných prekážok, na základe čoho sa dospelo k jednoduchým a matematicky ľahko odvoditeľným zákonom geometrickej povahy o priamočiariom šírení sa svetla, o nezávislosti svetelných lúčov, o odraze a lome svetla, prípadne o jeho rýchlosti a intenzite. Tieto zákony predstavujú základ tzv. **geometrickej optiky** a **fotometrie**. Až neskôr sa ukázalo, že zákony geometrickej optiky platia len približne, a že odchýlky sú tým väčšie, čím menšie sú rozmery časti priestoru, v ktorom skúmame šírenie sa svetla. Po objavení rozkladu a polarizácie svetla bolo jasné, že svetlo má charakter priečneho vlnenia a na základe toho vznikla nová časť optiky, ktorú dnes voláme **vlňová optika**. Z niektorých javov však vyplýva, že svetlo sa nespráva ako vlnenie so spojito rozloženou a ľubovoľne deliteľnou energiou, ale že vykazuje tzv. **kvantovú povahu**. Predmetom štúdia **kvantovej optiky** sú teda elementárne vlastnosti žiarenia, najmä jeho vznik a absorpcia, pri ktorých sa jednoznačne uplatňuje kvantová povaha žiarenia [2].

Podstatou predkladanej úlohy sú niektoré javy, ktoré môžeme pozorovať pri prechode svetla z jedného prostredia do druhého. Pre jej riešenie a vytvorenie si predstavy o pozorovaných javoch postačí, ak budeme vychádzať zo zákonov geometrickej optiky, zároveň si však budeme uvedomovať, že svetlo je vlnenie charakterizované **vlňovou dĺžkou** λ , frekvenciou ν a rýchlosťou šírenia sa v danom prostredí, v . Optické vlastnosti prostredia budeme popisovať pomocou tzv. **absolútneho indexu lomu** n , ktorý v optike definujeme ako pomer rýchlosti c svetla vo vákuu k rýchlosti v svetla toho istého druhu vo vyšetrovanom prostredí.

1.1. ŠOŠOVKA A URČENIE JEJ OHNISKOVEJ VZDIALENOSTI

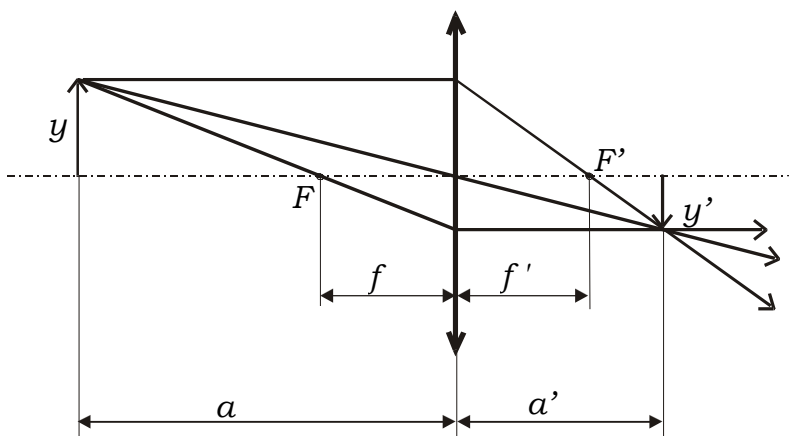
Hlavnou úlohou geometrickej optiky je zobraziť vhodným spôsobom (a popísať tento spôsob zobrazenia) predmet v inom mieste priestoru. Využíva na to dva zákony: zákon odrazu a zákon lomu svetla. Najbežnejším a najjednoduchším zobrazovacím prvkom využívajúcim zákon odrazu je zrkadlo, najjednoduchším prvkom využívajúcim zákon lomu je šošovka.

Šošovka je homogénne a izotropné priehľadné prostredie ohraničené dvomi guľovými plochami alebo guľovou plochou a rovinou. Ak sa lúče rovnobežné s optickou osou po prechode šošovkou zbiehajú, nazýva sa šošovka **spojnou** (spojkou) a ak sa rozbiehajú, nazýva sa **rozptylnou** (rozptylkou). Šošovka je úplne určená polermi krivosti svojich guľových plôch, indexom lomu svojho prostredia a hrúbkou. Zobrazovanie šošovkou je na druhej strane úplne určené polohou kladných hlavných rovín a **ohniskovou vzdialenosťou** [1]:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = \left(\frac{n_s}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{\left(\frac{n_s}{n_0} - 1 \right)^2}{\frac{n_s}{n_0}} \cdot \frac{d}{r_1 r_2}, \quad (1)$$

kde f, f' - sú predmetová a obrazová ohnisková vzdialenosť,
 n_s - index lomu materiálu šošovky,
 n_0 - index lomu okolia šošovky a
 r_1, r_2 - polomery krivosti guľových lámavých plôch šošovky
 d - hrúbka šošovky.

V praxi je zvykom šošovku charakterizovať pomocou hodnoty jej ohniskovej vzdialenosti alebo pomocou optickej **mohutnosti** D (vyjadrenej v tzv. dioptriách), ktorá je definovaná ako prevrátená hodnota jej ohniskovej vzdialenosti vyjadrenej v metroch. Ohniskovú vzdialenosť spojnej šošovky môžeme určiť viacerými spôsobmi [3].



Obr. 1

Metóda A:

Pokiaľ hrúbka šošovky d je značne menšia v porovnaní s polermi krivosti guľových lámavých plôch r_1 a r_2 , takú šošovku môžeme považovať za **tenkú** a jej ohniskovú vzdialenosť môžeme najjednoduchšie a najrýchlejšie určiť priamo s použitím vrcholového tvaru zobrazovacej rovnice šošovky (obr. 1):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'}, \quad (2)$$

Z rovnice (1) pre ohniskovú vzdialenosť dostaneme

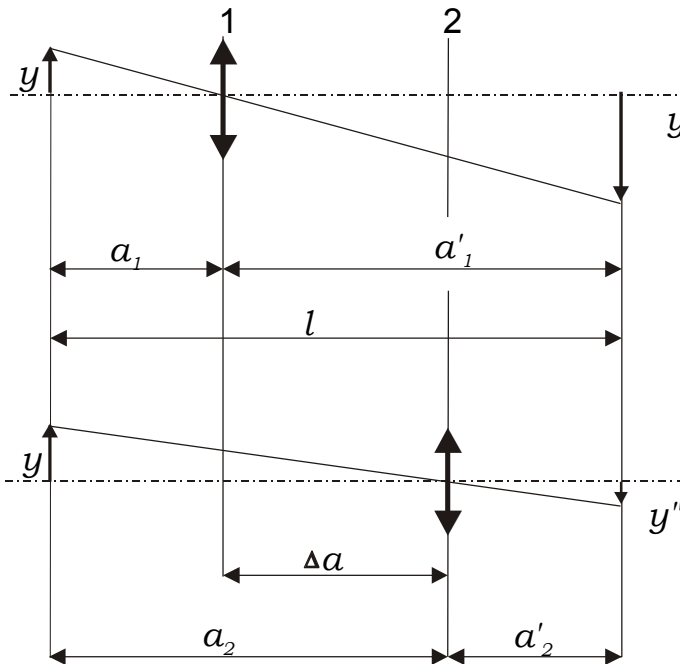
$$f = \frac{a \cdot a'}{a + a'}. \quad (3)$$

Metóda B:

Predpokladajme, že je pevne daná predmetová a obrazová rovina, ktorých vzdialenosť je l . Potom existujú len dve polohy (1 a 2) tenkej šošovky (obr. 2), pri ktorých vzniká ostrý obraz. Ak označíme

$l = a + a'$ z čoho $a' = l - a$ a dosadíme do vrcholového tvaru rovnice tenkej šošovky, dostaneme z nej pre a :

$$a_{1,2} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4lf}}{2}, \quad (4)$$



Obr. 2

čo odpovedá dvom situáciám na obr. 2, z ktorého súčasne plynie, že $\Delta a = a_2 - a_1$. Ak sem dosadíme riešenie (4) dostávame

$$\begin{aligned} \Delta a &= \frac{l + \sqrt{l^2 - 4lf}}{2} - \frac{l - \sqrt{l^2 - 4lf}}{2} = \\ &= \sqrt{l^2 - 4lf}, \end{aligned}$$

odkiaľ dostávame vzťah pre ohniskovú vzdialenosť

$$f = \frac{l^2 - (\Delta a)^2}{4l}, \quad (5)$$

v ktorom nie je potrebné poznať polohy hlavných rovín šošovky.

Metóda C:

Táto metóda určovania ohniskovej vzdialenosti vychádza z definície pričného zväčšenia

$$Z_p = \left| \frac{y'}{y} \right|. \quad (6)$$

Podľa obr. 1 platí

$$Z_p = \left| \frac{y'}{y} \right| = \frac{a' - f}{f} = \frac{f}{a - f} = \frac{a'}{a}, \quad (7)$$

odkiaľ pre ohniskovú vzdialenosť šošovky dostaneme

$$f = \frac{a \cdot Z_p}{1 + Z_p} = \frac{a'}{1 + Z_p} = \frac{\Delta a Z_p}{|Z_p^2 - 1|}. \quad (8)$$

1.2. DISPERSIA SVETLA. CHROMATICKÁ CHYBA ŠOŠOVKY

Doposiaľ sme mlčky predpokladali, že indexy lomu priehľadných látok, z ktorých sú vyrobené šošovky, sú konštanty. Je to tak vtedy, ak je šošovka osvetlená jednofarebným (**monochromatickým**) svetlom. Ale v prípade svetla zloženého z viacerých farieb (**polychromatického**) je situácia odlišná. Vo vákuu sa svetlo pozostávajúce z viacerých vlnových

dĺžok šíri rovnakou rýchlosťou, no v látkach závisí rýchlosť šírenia v od vlnovej dĺžky λ , ktorá určuje farebný vnem pri vstupe svetla do oka. Bežne pozorujeme, že čím väčšia je vlnová dĺžka svetla, tým rýchlejšie sa v látke šíri a tým menší je príslušný index lomu n . Preto sa pri šikmom dopade zväzku bieleho svetla z vákua alebo zo vzduchu do optického prostredia (napr. skla) najmenej odchyľuje farba červená, postupne sa viac odchyľuje oranžová, žltá, zelená, modrá a najviac fialová. Tomuto javu hovoríme **normálna disperzia** (rozklad) svetla. Ak index lomu so zväčšujúcou sa vlnovou dĺžkou takisto rastie, hovoríme o **disperzii anomálnej**.

Aby sme mohli posúdiť a porovnávať rozklad zloženého svetla v rôznych látkach, je potrebné určiť indexy lomu pre rôzne farby (vlnové dĺžky). V praktickej optike sa pre tento účel používa niekoľko špecifických vlnových dĺžok prislúchajúcich tzv. tmavým **Fraunhoferovým čiaram** pozorovaným v slnečnom spektre. Tieto čiary sa označujú písmenami latinskej abecedy a v tabuľke 1 sú uvedené ich značky, vlnové dĺžky a im prislúchajúce farby ako aj prvky, ktoré v plynnom a horúcom stave príslušné žiarenie vysielajú [4].

Fraunhoferove čiary

Tabuľka 1

Značka	Vlnová dĺžka [nm]	Prvok	Farba
A'	768.2	K	červená
A	759.4	O	
B	686.7	O	
C	656.3	H	
D	589.3	Na	žltá
d	587.6	He	
e	546.1	Hg	zelená
E	526.9	Fe, Ca	
F	486.1	H	modrá
g	435.8	Hg	
G'	434.1	H	
G	430.8	Fe, Ca	fialová
h	404.7	Hg	
H	396.9	Ca	

Najdôležitejšie čiary sú C, D a F, pretože na svetlo s vlnovými dĺžkami v rozsahu týchto čiar je ľudské oko pomerne najcitlivejšie (najcitlivejšie je na svetlo žltozelené s vlnovou dĺžkou 555nm).

Lomivosť optického skla sa obyčajne charakterizuje jeho absolútnym indexom lomu pre svetlo odpovedajúce Fraunhoferovej čiare D. Aby sme mohli jedným číslom aspoň približne vyjadriť disperznosť (disperznú schopnosť) látok, zavádzame tzv. **strednú disperziu**

$$\mu = n_F - n_C \quad (8)$$

a **relatívnu disperziu**

$$v = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad (9)$$

V prípade optických skiel, ktoré sú základným materiálom na výrobu šošoviek, má relatívna disperzia pomerne malé hodnoty. Z toho dôvodu sa často uvádza jej prevrátená hodnota nazývaná aj **Abbeho číslo** (podľa nemeckého fyzika Ernsta Karla Abbeho)

$$V_D = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (10)$$

Abbeho čísla ležia medzi hodnotami 70 (pre sklá so slabou disperziou) a 20 (silno rozkladajúce sklá). Podľa veľkosti indexu lomu n_D pre žltú čiaru D, ktorá je pri optických sklách medzi 1.45 a 1.9 a veľkosti Abbeho čísla sa delia optické sklá na štyri základné druhy: **korunové obyčajné sklá** (n_D malé, V_D veľké), **korunové ťažké sklá** (n_D veľké, V_D veľké), **flintové obyčajné sklá** (n_D veľké, V_D malé), a **ľahké flintové sklá** (n_D malé, V_D malé) [4].

Niekedy je výhodné vedieť, ako rýchlo sa mení index lomu prostredia/látky v závislosti od vlnovej dĺžky. Túto informáciu poskytuje veličina nazvaná disperzia látky, vyjadrená ako $dn/d\lambda$.

Vplyv prostredia na šírenie svetla je daný vzájomným pôsobením svetla s atómami a molekulami látky. Základy teórie disperzie preto môžeme dostať rozborom vzájomného pôsobenia svetelných vln a nabitých častíc (elektrónov a kladných jadier), ktoré sú súčasťou atómov a molekúl, prípadne môže byť vybudovaná formálne na základe súvislosti indexu lomu n s dielektrickou konštantou ϵ . Ukazuje sa, že v prípade bezstratových dielektrík alebo dielektrík s malou absorpciou je často možné s uspokojivými výsledkami použiť pre popis disperznej závislosti empirický model. Najčastejšie používanými sú napríklad Cauchyho model [5, 6]

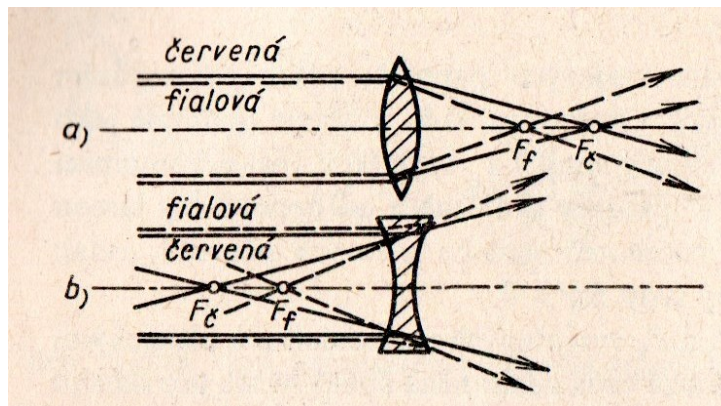
$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (11)$$

alebo Sellmeierov model [5, 6]

$$n^2(\lambda) = c + \sum_j \frac{c_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{0j}^2}, \quad (12)$$

kde A, B, C resp. c, c_j a λ_{0j} sú konštanty určené fitovaním experimentálnych dát.

Z predchádzajúceho textu je zrejmé, že pri prechode bieleho svetla prostredím s normálnou disperziou, akým je aj bežná šošovka, sa svetelný zväzok bude lámať do niekoľkých ohnisk. V prípade spojky je najbližšie k šošovke ohnisko pre fialovú farbu a najďalej ohnisko pre červenú farbu. Rovnako je to síce aj v prípade rozptylky, ale vzhľadom na to, že ohnisko rozptylky je zdanlivé (leží v predmetovom priestore šošovky), tak v smere dopadu svetla na šošovku je poradie polôh ohnisk spojky a rozptylky opačné (obr. 3a, b) [4, 5].

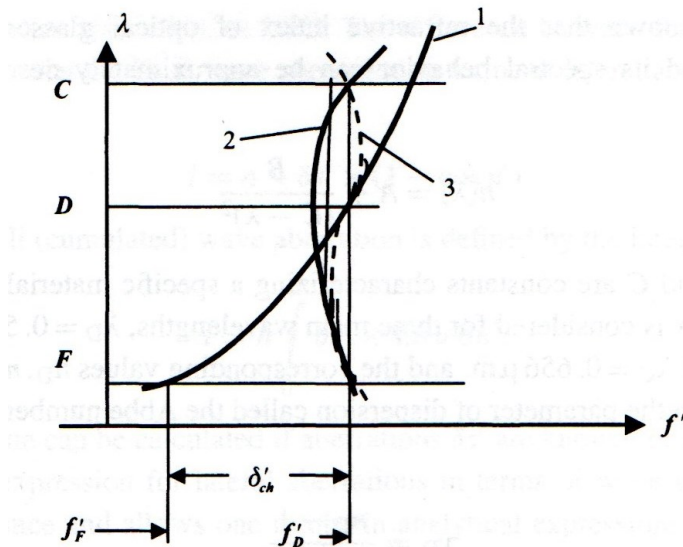


Obr. 3 Chromatická chyba u spojky a rozptylky.

Ak zdroj vysiela biele svetlo, bude teda jeho obraz neostrý a sfarbený. Tento úkaz nazývame **chromatickou aberáciou** (farebnou chybou) šošovky. Chromatická aberácia šošovky sa zvyčajne kvantifikuje rozdielom ohniskovej vzdialenosti pre zvolenú vlnovú dĺžku λ a ohniskovej vzdialenosti pre vlnovú dĺžku Fraunhoferovej čiary D [7]

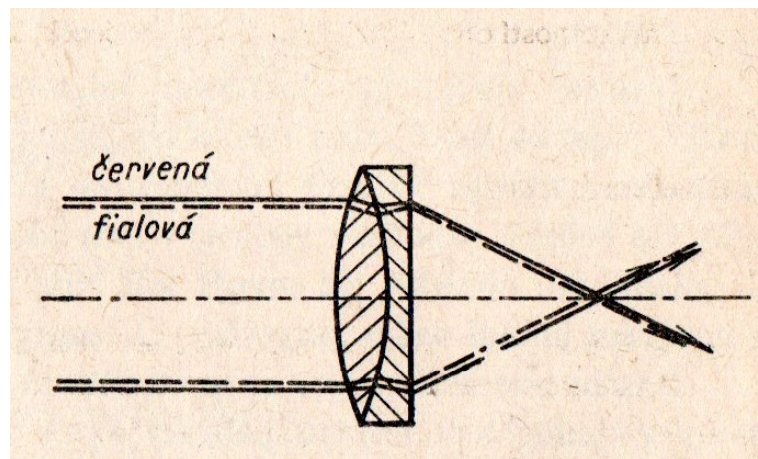
$$\delta_{Ch} = f_\lambda - f_D. \quad (13).$$

Pri návrhu zložitejších optických sústav je výhodné poznať závislosť ohniskovej vzdialenosti od vlnovej dĺžky (tzv. **chromatickosť**) pre jednotlivé šošovky, z ktorých systém má pozostávať (obr. 4). Z tejto závislosti je možné určiť hodnotu δ_{ch} a na základe charakteru závislosti aj rozhodnúť, ktoré šošovky bude vhodné použiť, aby optický systém správne plnil svoju funkciu.



Obr. 4 Chromatickosť spojnej šošovky (krivka 1). [7]

Videli sme, že poradie ohnisk u spojky a rozptylky v smere chodu svetelných lúčov je opačné. Vhodnou kombináciou spojky z korunového skla a rozptylky z disperznejšieho materiálu (flintového skla) je preto možné farebnú chybu aspoň čiastočne odstrániť. Takúto kombinovanú sústavu potom nazývame **achromatickou** (obr. 5) [4, 5].



Obr. 5 Achromatická kombinácia spojky a rozptylky.

2. PRAKTICKÁ ČASŤ

2.1 URČENIE OHNISKOVEJ VZDIALENOSTI ŠOŠOVKY

Úlohy:

1. Metódami A, B, C z časti 1.1 a s použitím zdroja bieleho svetla určte ohniskovú vzdialenosť danej spojnej šošovky pre aspoň 4 rôzne farby. Konkrétne hodnoty vlnových dĺžok, pre ktoré budete ohniskovú vzdialenosť určovať, sa dozviete priamo v laboratóriu.
2. Zopakujte meranie ohniskovej vzdialenosti šošovky podľa 1. úlohy, tentoraz iba pre biele svetlo.
3. Porovnajte hodnoty ohniskovej vzdialenosti vyšetrovanej šošovky získané v rámci riešenia úloh 1 a 2 medzi sebou ako aj s hodnotou, ktorú udáva výrobca. Diskutujte a vyvodte závery.

Postup pri meraní a spracovanie výsledkov:

1. Pre meranie ohniskových vzdialeností šošoviek použite optickú lavicu, na ktorú umiestnite svietiaci predmet, spojnú šošovku a zobrazovaciu plochu (s milimetrovým rastrom) a sústavu opticky vycentrujte!
2. Nájdite takú vzdialenosť l predmet-zobrazovacia plocha, pri ktorej existujú dve polohy šošovky, v ktorých sa vytvorí ostrý obraz predmetu, raz zväčšený, raz zmenšený! Do tabuľky (napr. podľa vzoru Tab. 2) zapíšte potrebné údaje. Vypočítajte a doplňte do tabuľky Δa , Z_1 a Z_2 .
3. Postup z bodu 2. opakujte pre 10 rôznych vzdialeností l .

Tabuľka 2.

Číslo merania	l [m]	a_1 [m]	a'_1 [m]	a_2 [m]	a'_2 [m]	Δa [m]	y_1 [mm]	y'_1 [mm]	y'_2 [mm]	Z_1	Z_2

4. Pre biele aj kvázimonochromatické svetlo vypočítajte ohniskové vzdialenosti šošovky zo vzťahov (3), (5) a (8) aj s chybami merania. Výsledky získané výpočtom podľa týchto vzťahov porovnajte navzájom ako aj s hodnotou, ktorú udáva výrobca. Porovnajte použité metódy merania z hľadiska dosahovanej presnosti merania. V závere uveďte výsledky Vášho pozorovania.

Kontrolné otázky:

1. Čo je to šošovka?
2. Aké sú to spojné a rozptylné šošovky?
3. Ako je definovaná optická mohutnosť šošovky?
4. Od čoho závisia ohniskové vzdialenosti šošovky?
5. Popíšte aspoň dve metódy určovania ohniskovej vzdialenosti tenkej šošovky.

2.2 CHROMATICKÁ CHYBA ŠOŠOVKY. DISPERZIA SVETLA A LÁTKY

Úlohy:

1. Nakreslite graf znázorňujúci chromatickosť vyšetrovanej šošovky a určte δ_{Ch} .
2. Vypočítajte indexy lomu materiálu šošovky pre vlnové dĺžky kvázimono chromatického svetla použitého pri určovaní ohniskovej vzdialenosti šošovky. Hodnoty graficky znázorníte v závislosti od vlnovej dĺžky a fitujte pomocou závislosti (11) alebo (12).
3. Určte strednú disperziu μ podľa vzťahu (8), relatívnu disperziu ν podľa vzťahu (9) a Abbeho číslo V podľa vzťahu (10).
3. Vypočítajte disperziu materiálu šošovky.

Postup pri riešení úlohy:

1. Hodnoty ohniskových vzdialeností získané v predchádzajúcej časti úlohy použite na vykreslenie chromatickosť vyšetrovanej šošovky. Pomocou vzťahu (13) a grafickej závislosti určte chromatickú aberáciu δ_{Ch} .
2. Zo šošovkovej rovnice (1) odvodte vzťah pre výpočet indexu lomu n_s šošovky. Dosadením hodnôt f určených v predchádzajúcej úlohe, hodnoty n_0 a výrobcom zadaných hodnôt d , r_1 a r_2 do odvodeného vzťahu pre n_s vypočítajte index lomu šošovky pre príslušnú vlnovú dĺžku. Hodnoty graficky znázorníte v závislosti od vlnovej dĺžky a fitujte pomocou závislosti (11) alebo (12).
3. Zo získanej grafickej závislosti $n = f(\lambda)$ určte hodnoty n_F , n_C a n_D , pomocou ktorých určte hodnoty strednej disperzie μ , relatívnu disperziu ν a Abbeho číslo V . Na základe týchto hodnôt sa pokúste určiť druh disperzného prostredia. Výsledky porovnajte s údajmi od výrobcu a závislosťou $n = f(\lambda)$ pre materiál šošovky udaný výrobcom.
4. Pomocou použitej fitovacej funkcie (11) alebo (12) určte disperziu prostredia $dn/d\lambda$.

Zoznam použitej literatúry:

- [1] D. Ilkovič, *Fyzika*, SNTL, Bratislava, 1962.
- [2] N. Tarjányi, D. Káčik, *Základy optoelektroniky*, ŽU, Žilina, 2011.
- [3] D. Vajda a kol., *Návody k laboratorným cvičeniam z fyziky*, ŽU, Žilina, 2003.
- [4] Z. Horák, F. Krupka, *Fyzika*, SNTL/ALFA, Praha, 1981.
- [5] S. E. Friš, A. V. Timoreva, *Kurs Fysiky III.*, ČSAV, Praha, 1954.
- [6] H. Arwin, *Thin Film Optics and Polarized Light*, The aureus edition, 2014.
- [7] N. Menn, *Practical Optics*, Elsevier Academic Press, Amsterdam, 2004.