MERANIE A JEHO NEURČITOSŤ

Cieľom merania je poznať skutočnú hodnotu fyzikálnej veličiny. Avšak pri meraní akejkoľvek fyzikálnej veličiny sa dopúšťame nepresnosti, takže výsledok merania sa líši od skutočnej hodnoty. Rozdiel medzi skutočnou hodnotou a nameranou je chyba (neurčitosť, odchýlka) merania. Rozoznávame chyby (neurčitosti): 1. Náhodné 2. Systematické 3. Osobné.

1. Náhodné chyby sú spôsobené prirodzenými, nepredpovedateľnými fluktuáciami buď v meracej aparatúre alebo v meranom objekte. Ovplyvňujú rozptyl merania, čo znamená, že viacnásobným opakovaním merania nejakej veličiny získame sériu hodnôt, ktoré sú náhodne rozptýlené okolo strednej hodnoty. Chyba (neurčitosť) je tým väčšia, čím väčší je rozptyl hodnôt. *Príklad: pri meraní priemeru drôtu mikrometrom môžu namerané hodnoty fluktuovať preto, že drôt nie je rovnako hrubý v rôznych miestach, alebo preto, že experimentátor pritiahol čeľuste mikrometra rôznou silou.* Náhodné chyby sa nedajú úplne odstrániť, ale môžeme ich určiť z viacnásobne opakovaných meraní. V laboratórnych cvičeniach sa budeme zaoberať najmä týmto druhom chýb.

2. Systematické chyby každé zo série opakovaných meraní vychýlia rovnakým spôsobom na jednu stranu od skutočnej hodnoty. *Príklad: na meranie času používame stopky, ktoré meškajú - je jasné, že každé meranie času bude posunuté do nižších hodnôt.* V mnohých situáciách je stanovenie/odstránenie systematickej chyby nesmierne náročné. V našich laboratórnych cvičeniach systematické chyby zvyčajne nestanovujeme.

3. Osobné chyby sú chyby spôsobené oslabenou pozornosťou experimentátora, nesprávnym odčítaním z prístrojov a pod. Odstraňujú sa dôslednosťou pri práci a treba sa ich úplne vyvarovať.

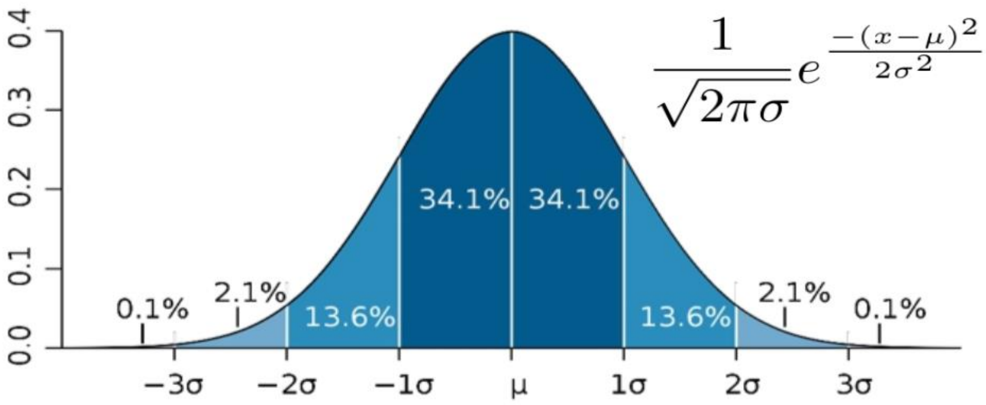
Stanovenie náhodnej chyby

Náhodnú chybu stanovujeme opakovaným meraním nejakej veličiny X. Ak sú hodnoty merania skutočne náhodné a je ich veľa ($x_1, x_2, \dots x_n$), ich rozdelenie bude opísané Gaussovým rozdelením, Obr. 1. Horizontálna os ukazuje meranú veličinu X a na vertikálnej osi je hustota pravdepodobnosti, s ktorou veličina X nadobudne konkrétnu hodnotu x_i. Najpravdepodobnejšie je namerať hodnoty v okolí hodnoty μ, ktorá predstavuje skutočnú hodnotu veličiny, ale merania môžu viesť s klesajúcou pravdepodobnosťou aj k hodnotám x_i, ktoré sú ďaleko od μ.

Rozptyl hodnôt x_i je charakterizovaný parametrom σ Gaussovho rozdelenia, ktorého význam je nasledovný: z celkového veľkého počtu meraní n padne 68,2 % meraní do intervalu (μ-σ,μ+σ).

Pri konečnom počte meraní n odhadujeme skutočnú hodnotu μ pomocou aritmetického priemeru nameraných hodnôt

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,, \qquad (1)$$



Obr. 1 Gaussovo rozdelenie

a parameter σ Gaussovho rozdelenia odhadujeme pomocou ***strednej kvadratickej odchýlky (neurčitosti, chyby) jedného merania*** definovanej vzťahom (použijeme pre ňu rovnaký symbol σ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \ , \tag{2}$$

Čím väčší bude počet meraní, tým presnejšie sa bude zhodovať aritmetický priemer a stredná kvadratická chyba s hodnotami μ a σ Gaussovho rozdelenia na Obr. 1 a v limitnom prípade nekonečne veľkého počtu meraní sa s nimi stotožnia.

Význam strednej kvadratickej odchýlky σ je, že ak by sme urobili ešte jedno, n+1. meranie, s pravdepodobnosťou 68,2 % padne do intervalu (μ-σ,μ+σ).

Nepresnosť (odchýlka) aritmetického priemeru od skutočnej hodnoty meranej fyzikálnej veličiny je menšia než nepresnosť jedného náhodne vybraného merania. Túto nepresnosť charakterizujeme **strednou kvadratickou odchýlkou aritmetického priemeru $\bar{\sigma}$** a definovaná je nasledovne

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{3}$$

Význam $\bar{\sigma}$ je, že ak by sme urobili ešte jeden experiment s ďalšími *n* meraniami, stredná hodnota nového experimentu padne s pravdepodobnosťou 68,2 % do intervalu (μ-$\bar{\sigma}$, μ+$\bar{\sigma}$).

Výsledok celého merania zapíšeme v tvare: výsledná hodnota meranej veličiny = aritmetický priemer z nameraných hodnôt ± stredná kvadratická odchýlka aritmetického priemeru.

$$x = \bar{x} \pm \bar{\sigma} \ . \tag{4}$$

Napr.: pri meraní dĺžky tyče L, finálny výsledok vyzerá takto:

$$L = (1{,}15 \pm 0{,}01)\ \mathrm{m}\ . \tag{5}$$

Pri počte opakovaných meraní menšom ako 100 (n < 100) má zmysel udávať chybu vo finálnom výsledku iba na jednu platnú číslicu, t.j. zaokrúhľujeme na jednu platnú číslicu (cifru) a na taký istý počet miest (aký sa vyskytuje v chybe) zaokrúhľujeme aj aritmetický priemer. V prípade, že nejde o finálny, ale o priebežný výsledok, z ktorého sa počítajú ďalšie veličiny, chybu udávame na dve platné číslice.

Pri každom zápise výsledku uvádzame okrem číselnej hodnoty meranej veličiny aj jej rozmer. Pritom dôsledne používame SI sústavu.

Chyby nepriamych meraní

Doposiaľ sme mlčky predpokladali, že vyšetrovanú veličinu môžeme merať priamo, napr. hrúbku drôtu, dĺžku tyče, čas a pod. Inokedy však fyzikálnu veličinu určujeme pomocou vzťahu, v ktorom vystupuje viacero veličín a každú meranú veličinu samozrejme určujeme s chybou. Ukážeme si, ako určíme chybu fyzikálnej veličiny, ktorá súvisí s viacerými fyzikálnymi veličinami získanými meraním.

Nech vyšetrovaná veličina X je funkciou viacerých premenných veličín $a,\ b,\ c,\ \ldots$

$$X = f(a,b,c)\ . \tag{6}$$

Chyby, s ktorými sú namerané veličiny $a,b,c,..$, označme $\sigma_a,\ \sigma_b,\ \sigma_c\ \ldots$ Môžu to byť chyby odhadnuté alebo vypočítané podľa predchádzajúcich vzťahov. Výslednú chybu vyšetrovanej veličiny určíme podľa nasledovného vzťahu

$$\sigma_X = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 (\sigma_a)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 (\sigma_b)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 (\sigma_c)^2 + \cdots}\ . \tag{7}$$

Príklad:

Máme určiť objem V valca polomeru r a výšky h, ktoré sme zmerali s chybou σ_r a σ_h

$$V = \pi r^2 h\ ,$$

$$\sigma_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^2 (\sigma_r)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)^2 (\sigma_h)^2} = \sqrt{(2\pi r h)^2 (\sigma_r)^2 + (\pi r^2)^2 (\sigma_h)^2} \tag{8}$$

Pri číselnom výpočte do vzťahu (8) dosadzujeme za r a h stredné hodnoty (napr. aritmetický priemer).