9 Mechanika kvapalín

V predchádzajúcich kapitolách sme sa zaoberali mechanikou pevných telies, telies pevného skupenstva. V nasledujúcich kapitolách sa budeme zaoberať mechanikou kvapalín a plynov.

Kvapaliny a plyny sa spoločne označujú ako tekutiny. Z hľadiska vnútornej štruktúry sa od látok pevného skupenstva líšia tým, že ich molekuly už nie sú viazané na istú rovnovážnu polohu a konajú neusporiadané posuvné a rotačné pohyby. Vzdialenosti medzi molekulami bývajú v kvapalinách zvyčajne väčšie ako v tuhých telesách, ale i tu sú také malé, že medzi molekulami pôsobia vnútorné sily, i keď menšie ako v tuhých látkach. Kvapaliny si zachovávajú svoj objem, nezachovávajú si však určitý tvar. V plynoch sú už medzi molekulami také veľké vzdialenosti, že príťažlivé sily, ktoré pôsobia medzi molekulami, sú zanedbateľné. Plyny nemajú ani určitý tvar, ani objem, sú rozpínavé, stlačiteľné a pružné.

Kvapaliny a plyny majú mnoho spoločných vlastností a je medzi nimi mnoho vzájomných vzťahov. Preto budeme spoločné vlastnosti kvapalín a plynov charakterizovať súčasne. Rovnako ako pri pevných telesách je výhodné najprv študovať vlastnosti tekutín na modeloch, ktorými sú ideálna kvapalina a ideálny plyn. **Ideálna kvapalina** je kvapalina bez vnútorného trenia a považuje sa za nestlačiteľnú. Zanedbávame molekulovú štruktúru a považujeme ju za spojitú. Ideálny plyn považujeme tiež za spojitý, je bez vnútorného trenia a dokonale stlačiteľný.

9.1 Tlak v kvapalinách a plynoch

Stav kvapaliny v pokoji na určitom mieste určuje **tlak**. Tlak p je definovaný vzťahom

$$p = \frac{F}{S}\,, \tag{9.1}$$

kde F je veľkosť sily pôsobiacej kolmo na rovinnú plochu s obsahom S. Vo všeobecnosti tlak v tekutine nie je všade rovnaký. V takomto prípade je tlak daný diferenciálnym podielom $p = \mathrm{d}F/\mathrm{d}S$, kde $\mathrm{d}F$ je sila pôsobiaca kolmo na diferenciálne malú plochu s obsahom $\mathrm{d}S$.

Hlavná jednotka tlaku je **pascal**, značka Pa ($Pa = N/m^2 = kg.m^{-1}.s^{-2}$). Vedľajšími jednotkami tlaku sú: **bar** ($1\,bar = 10^5\,Pa$) a **torr** ($1\,torr = 133,32\,Pa$). Medzi atmosférou a pascalom platí prevodný vzťah: $1\,at = 9,806 \times 10^4\,Pa \doteq 10^5\,Pa$.

Ak je tlak p vo všetkých miestach tekutiny rovnaký, potom na ľubovoľne orientovanú rovinnú plochu s obsahom S, ktorá je v kontakte s tekutinou, pôsobí kolmá **tlaková sila** a pre jej veľkosť platí

$$F = p\,S\,. \tag{9.2}$$

V prípade, že tlak p bude v rôznych miestach rovinnej plochy s obsahom S rôzny, potom veľkosť kolmej tlakovej sily bude

$$F = \int_S p\,\mathrm{d}S\,. \tag{9.3}$$

Tlak v tekutine môže byť vyvolaný i vonkajšou silou (napr. pôsobením piestu vo valci s tekutinou) alebo vlastnou tiažovou silou pôsobiacou na tekutinu. Často sa uplatňuje súčasné silové pôsobenie.

9.1.1 Pascalov zákon

Pre tlak vyvolaný vonkajšou silou platí známy **Pascalov zákon: tlak vyvolaný vonkajšou silou pôsobiacou na povrch kvapaliny alebo plynu sa v nich šíri všetkými smermi a je všade rovnaký**.

Pascalov zákon sa využíva v hydraulických (pneumatických) zariadeniach. Sú to dva valce s piestami obsahov $S_1 < S_2$ spojené trubicou a naplnené kvapalinou (obr. 9.1(a)). Ak na piest s obsahom S_1 pôsobí sila F_1, vyvolá v kvapaline tlak $p_1 = F_1/S_1$. Tento tlak sa šíri kvapalinou a v mieste väčšieho piestu s obsahom S_2 kvapalina pôsobí silou veľkosti

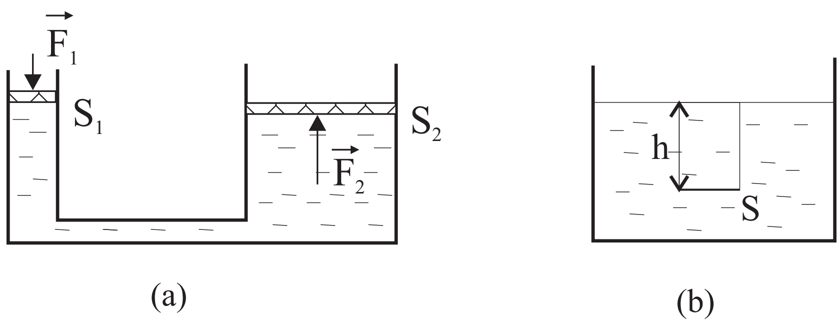
$$F_2 = p_2\,S_2 = p_1\,S_2 = F_1\,\frac{S_2}{S_1}\,.$$

Teda silou F_1 môžeme vyvolať väčšiu silu F_2.

9.1.2 Hydrostatický tlak

Hydrostatickým tlakom rozumieme všeobecne každý tlak v kvapaline, teda tlak spôsobený vlastnou tiažou kvapaliny, prípadne vonkajšou silou (napr. barometrickým tlakom vzduchu na hladinu kvapaliny). Majme nádobu naplnenú kvapalinou hustoty ρ_k. V hĺbke h si vyberme plochu s obsahom S (obr. 9.1(b)). Stĺpec kvapaliny pôsobí na plochu tiažovou silou $G = S\,h\,\rho_k\,g$ a tá vyvolá tlak

$$p_h = \frac{G}{S} = h\,\rho_k\,g\ , \tag{9.4}$$



Obrázok 9.1: (a) Hydraulický lis. (b) Hydrostatický tlak.

ktorý voláme **hydrostatický tlak**. Veľkosť tohto tlaku závisí len od hustoty kvapaliny a od hĺbky. Jeho hodnota nezávisí od tvaru nádoby a množstva kvapaliny v nej. Ak máme nádoby s rôznou plochou dna, ale je v nich rovnaká výška rovnakej kvapaliny, potom hydrostatický tlak pôsobiaci na dno týchto nádob je rovnaký - **hydrostatický paradox**.

9.1.3 Atmosférický tlak

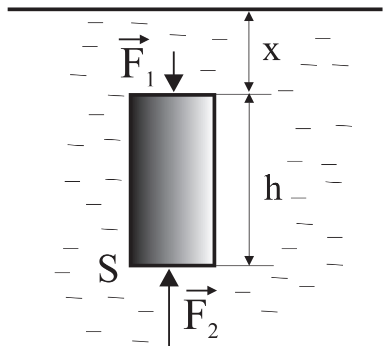
Tlak vyvolaný tiažovou silou v plyne je aerostatický tlak. Pre tento tlak neplatí vzťah (9.4), lebo hustota ρ plynu nie je v celom stĺpci konštantná. Aerostatický tlak atmosféry voláme **atmosférický tlak**. Atmosférický tlak nie je konštantný, závisí od stavu atmosféry, nadmorskej výšky a ďalších faktorov, preto bola dohodnutá hodnota **normálneho atmosférického tlaku:** $101\,325\,Pa$. Závislosť atmosférického tlaku p_a od nadmorskej výšky h vyjadruje rovnica

$$p_a = p_0\,exp\left(-\frac{\rho_0\,g}{p_0}\,h\right)\ , \tag{9.5}$$

kde ρ_0 je hustota a p_0 atmosférický tlak vo výške $h = 0\,m$.

9.2 Archimedov zákon

Na teleso ponorené do kvapaliny pôsobia v dôsledku hydrostatického tlaku tlakové sily. Tlakové sily sa vo vodorovnom smere navzájom rušia. (Keby sa nerušili, pozorovali by sme samovoľný pohyb ponoreného telesa v kvapaline.) V zvislom smere sa v dôsledku výšky telesa prejaví rozdiel tlaku v hornej a spodnej časti telesa. Vzniká **hydrostatická vztlaková sila** F_{vz}.



Obrázok 9.2: Sily pôsobiace na teleso ponorené v kvapaline.

Vyjadrime si veľkosť tejto sily. Uvažujme pevný hranol výšky h celkom ponorený do kvapaliny s hustotou ρ_k (obr. 9.2). Na hornú podstavu v hĺbke v pôsobí tlaková sila veľkosti $F_1 = S\,v\,\rho_k\,g$ a na spodnú podstavu pôsobí tlaková sila $F_2 = S\,(v+h)\,\rho_k\,g$. (Je evidentné, že $F_2 > F_1$. Výslednica síl je hydrostatická vztlaková sila, ktorá sa dá vyjadriť ako

$$F_{vz} = F_2 - F_1 = S\,h\,\rho_k\,g = V\,\rho_k\,g\ , \tag{9.6}$$

kde $V = S\,h$ je objem ponoreného tlesa. Tento výsledok platí pre telesá ľubovoľného tvaru, dokonca i pre čiastočne ponorené. Všeobecne je tento vzťah známy ako **Archimedov[1] zákon: Teleso ponorené do kvapaliny je nadľahčované hydrostatickou vztlakovou silou, ktorej veľkosť sa rovná tiaži kvapaliny vytlačenej ponorenou časťou telesa.**

Vyšetrime, ako sa správa teleso s objemom V a hustotou ρ_t, ktoré je celkom ponorené do kvapaliny s hustotou ρ_k. Na toto teleso pôsobí súčasne tiažová sila

[1]ARCHIMEDES ZO SYRAKÚZ (287-212 pred n.l.) bol priekopníkom vedeckej mechaniky a hydrostatiky, vynašiel libelu a Archimedovu skrutku na vyháňanie vody a veľkou mierou prispel k rozvoju matematiky. Vypočítal obvod Zeme s odchýlkou 7 km od dnešnej hodnoty.

$G = V\,\rho_t\,g$ a vztlaková sila $F_{vz} = V\,\rho_k\,g$. Môžu nastať tri prípady v závislosti od hustoty telesa: a) ak $\rho_t > \rho_k$, teleso **klesá** v kvapaline ku dnu, b) ak $\rho_t = \rho_k$, teleso sa v kvapaline **vznáša**, c) ak $\rho_t < \rho_k$, teleso **stúpa** k hladine a vynorí sa čiastočne nad hladinu - **pláva**. Rovnováha nastane za podmienky

$$V\,\rho_t\,g = V'\,\rho_k\,g\ ,$$

kde V' je objem ponorenej časti telesa.

Archimedov zákon platí aj pre plyny. Vztlaková sila v plynoch je však výrazne menšia ako v kvapalinách, lebo hustota plynov je o niekoľko rádov menšia v porovnaní s hustotou kvapalín. Pri vztlakovej sile v plynoch (napr. vzduch) sa hustota kompenzuje veľkosťou objemu ako napr. pri balónoch.

9.3 Základné pojmy hydrodynamiky

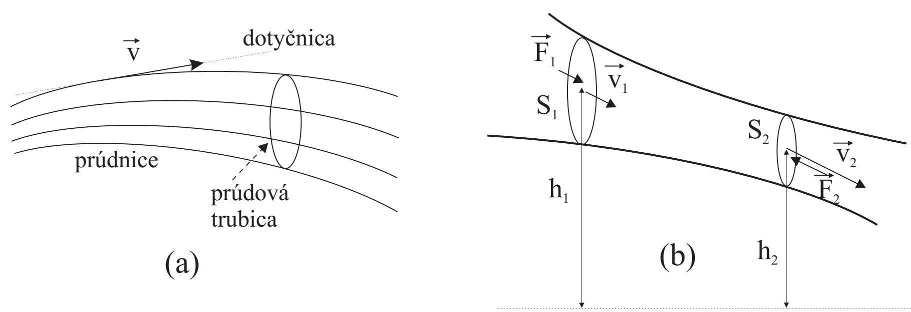
Hydrodynamika sa zaoberá usporiadaným makroskopickým pohybom častíc kvapaliny, **prúdením kvapalín**. Pri štúdiu základných vlastností prúdiacej kvapaliny budeme uvažovať ideálnu kvapalinu, t. j. nestlačiteľnú a bez vnútorného trenia. Prúdenie kvapaliny v každom bode popisujeme pomocou rýchlosti a tlaku. Rýchlosť prúdenia v kvapaline popisujeme pomocou **prúdnice**, ktorej dotyčnica má rovnaký smer ako vektory rýchlostí v daných bodoch. Prúdnice majú dve základné vlastnosti (obr. 9.3(a)). Každým bodom v prúdiacej kvapaline prechádza práve jedna prúdnica a prúdnice sa navzájom nemôžu pretínať. Prúdenie kvapaliny je **ustálené**, ak rýchlosť prúdenia nezávisí od času.

9.4 Rovnica spojitosti toku

Vnútri prúdiacej kvapaliny uvažujeme myslenú uzavretú krivku, ktorej každým bodom prechádza prúdnica. Všetky tieto prúdnice vytvárajú plochu, ktorá sa volá **prúdová trubica** (obr. 9.3(a)). Kvapalina prúdi prúdovou trubicou ako potrubím. Z okolia do tejto trubice nemôže kvapalina vtiecť ani z nej vytiecť. Pri prúdení ideálnej kvapaliny je vo všetkých bodoch prierezu prúdovej trubice rovnaká rýchlosť. Ak je plocha prierezu vybranej prúdovej trubice S a veľkosť rýchlosti prúdenia kapaliny v tomto prierez v, za 1 sekundu pretečie týmto prierezom objem kvapaliny $Q_V = S\,v$ - **objemový prietok**. Pretože kvapalina nemôže stenami trubice - potrubia ani vtiecť, ani pritiecť, musí byť objemový prietok pre ľubovoľný prierez prúdovej trubice rovnaký, teda

$$S_1\, v_1 = S_2\, v_2\,, \tag{9.7}$$

čo je **rovnica spojitosti (kontinuity)** pre ideálnu kvapalinu. Podľa rovnice spojitosti je rýchlosť kvapaliny menšia v širšom mieste trubice a v zúženom prierez je rýchlosť väčšia.



Obrázok 9.3: (a) Znázornenie prúdnic a prúdovej trubice. (b) Pohyb kvapaliny v prúdovej trubici meniaceho sa priemeru.

9.5 Bernoulliho rovnica

Prúdiaca kvapalina sa skladá z častíc, ktoré majú hmotnosť aj rýchlosť, a preto sa im môže priradiť kinetická energia. Prúdiaca kvapalina tiež môže prekonávať výškové rozdiely, teda má aj určitú potenciálnu energiu a taktiež môže konať prácu - napr. roztáčať koleso vodnej turbíny a pod.

Uvažujme prúdenie ideálnej kvapaliny prúdovou trubicou, ktorá sa zužuje v smere prúdenia (obr. 9.3(b)). Podľa rovnice spojitosti (9.7) sa bude, ako už bolo povedané, kvapalina pohybovať v zúženom mieste väčšou rýchlosťou. Kinetická energia elementárnej hmotnosti kvapaliny $\mathrm{d}m$ prechádzajúcej cez prierezy S_1 a S_2 narastie o hodnotu

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}m\, v_2^2 - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}m\, v_1^2\,. \tag{9.8}$$

Podľa zákona zachovania energie (4.38) sa tieto zmeny energií musia kompenzovať úbytkom energie iného druhu alebo vykonaním práce.

Vzhľadom na to, že platí $v_2 > v_1$, získa kvapalina medzi prierezmi S_1 a S_2 zrýchlenie, na ktoré je podľa II. Newtonovho pohybového zákona potrebná určitá sila. Medzi sily, ktoré pôsobia na kvapalinu medzi prierezmi S_1 a S_2 patrí hlavne váha daného množstva kvapaliny. Ďalšie sily sú tlakové $p_1\, S_1$ a $p_2\, S_2$, ktorými na túto časť kvapaliny pôsobí kvapalina, ktorá je v prúdovej trubici pred a za ňou. (Tlaky v priereze S_1 a S_2 boli označené ako p_1, resp. p_2). Je zrejmé, že práca súvisiaca s hmotnosťou zodpovedá zmene potenciálnej energie medzi výškami h_1 a h_2. Platí teda

$$\Delta E_p = \mathrm{d}m\, g\, (h_1 - h_2)\ . \tag{9.9}$$

Práca, ktorú vykonajú tlakové sily, sa dá podľa nášho obrázku vyjadriť ako

$$\Delta W = p_1\, S_1\, v_1\, \mathrm{d}t - p_2\, S_2\, v_2\, \mathrm{d}t\ , \tag{9.10}$$

kde $S_i\, v_i\, \mathrm{d}t$; $i = 1, 2$ sú objemy, ktoré pretečú za jednotku času cez dané plochy. Záporné znamienko pri druhom člene znamená, že tlaková sila na spodnom konci prierezu S_2 pôsobí proti smeru jej pohybu.

Podľa zákona zachovania energie musí platiť $\Delta E_k = \Delta E_p + \Delta W$, môžeme teda zo vzťahov (9.8), (9.9) a (9.10) písať

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{d}m\, v_2^2 - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}m\, v_1^2 = \mathrm{d}m\, g\, (h_1 - h_2) + p_1\, S_1\, v_1\, \mathrm{d}t - p_2\, S_2\, v_2\, \mathrm{d}t\ .$$

V prípade, že kvapalina je nestlačiteľná, je jej hustota $\rho = \mathrm{d}m/\mathrm{d}V$ konštantná a kvapalina hmotnosti $\mathrm{d}m$ má i stály objem, teda platí $\mathrm{d}V = S_1\, v_1\, \mathrm{d}t = S_2\, v_2\, \mathrm{d}t$. Pokiaľ predošlú rovnicu vydelíme týmto objemom, dostaneme po úprave vzťah

$$\frac{1}{2}\,\rho\, v_1^2 + \rho\, g\, h_1 + p_1 = \frac{1}{2}\,\rho\, v_2^2 + \rho\, g\, h_2 + p_2\ , \tag{9.11}$$

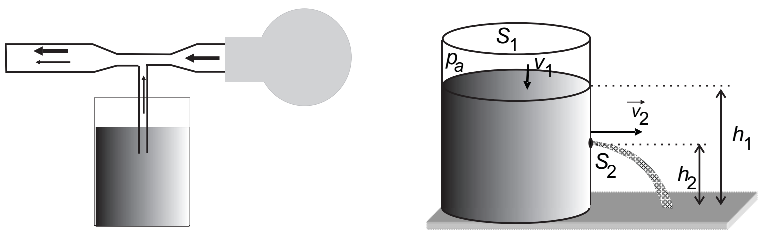
ktorý sa volá **Bernoulliho**[2] **rovnica**. Táto rovnica vyjadruje zákon zachovania mechanickej energie pri prúdení ideálnej kvapaliny. Z rozmerov jednotlivých členov vyplýva, že prvý člen predstavuje kinetickú energiu kvapaliny, druhý potenciálnu energiu kvapaliny jednotkového objemu a tretí člen možno interpretovať ako tlakovú potenciálnu energiu objemovej jednotky kvapaliny. Z Bernoulliho rovnice vyplýva, že súčet kinetickej, potenciálnej a tlakovej potenciálnej energie objemovej jednotky ideálnej kvapaliny je všade v kvapaline rovnaký.

[2]DANIEL BERNOULLI (1700 – 1782) bol švajčiarsky matematik, fyzik a medik. Významne prispel v oblastiach teórie diferenciálneho počtu, matematických rád, štatistiky a pravdepodobnostného počtu a teoretickej mechaniky. Formuloval základné zákony o prúdení tekutín, stal sa zakladateľom hydrodynamiky (napr. Bernoulliho rovnica).

9.6 Použitie Bernoulliho rovnice

Mechanický rozprašovač

V zúženej časti prúdovej trubice je väčšia rýchlosť prúdiacej kvapaliny ako v časti širšej, ale tlak v užšej časti je menší ako v širšej. Vhodným zúžením prúdovej trubice je možné dosiahnuť, aby tlak v tejto časti trubice bol menší ako atmosférický. Ak v zúženom mieste urobíme vývod do kvapaliny (obr. 9.4(a)), tak pokles tlaku v tomto mieste spôsobený zvýšenou rýchlosťou prúdenia vzduchu bude prisávať kvapalinu z nádoby. Na tomto princípe pracujú rozprašovače, vodné vývevy a Venturiho trubica na meranie rýchlosti prúdenia plynu.



(a) (b)

Obrázok 9.4: (a) Mechanický rozprašovač. (b) Vytekanie vody zo suda.

Výtok kvapaliny otvorom v stene nádoby

Ako aplikáciu Bernoulliho rovnice vyšetríme vytekanie kvapaliny malým otvorom v stene nádoby. Majme nádobu výšky h_1, ktorá má otvor v bočnej stene v hĺbke $h = h_1 - h_2$ pod hladinou vody v nádobe. Prúdenie vody v nádobe je popísané Bernoulliho rovnicou. Keďže tlak v okolí nádoby je atmosférický p_a, Bernoulliho rovnica pre takúto nádobu bude mať tvar

$$\frac{1}{2}\,\rho\, v_1^2 + \rho\, g\, h_1 + p_a = \frac{1}{2}\,\rho\, v_2^2 + \rho\, g\, h_2 + p_a \; .$$

Predpokladajme, že otvor má taký malý obsah, že rýchlosť vytekania kvapaliny je vo všetkých jeho miestach rovnaká a že rýchlosť v_1 poklesu hladiny v nádobe vzhľadom na rýchlosť v_2 možno zanedbať ($v_1 = 0\, m/s$). Po úprave predošlého vzťahu dostaneme **Torricelliho vzorec**, ktorý udáva rýchlosť vytekania kvapaliny otvorom v hĺbke h pod hladinou a jeho vyjadrenie má tvar

$$v_2 = \sqrt{2\,g\,h}\ . \tag{9.12}$$

Táto rýchlosť je rovnaká ako rýchlosť, ktorú by získalo teleso padajúce z výšky h voľným pádom (6.22).

9.7 Prúdenie reálnej kvapaliny

Voda a iné kvapaliny sa pri prúdení správajú ako ideálna kvapalina. Pri prúdení reálnej kvapaliny sa objavujú v kvapaline sily brzdiace jej pohyb, ktoré majú pôvod vo vzájomnom silovom pôsobení častíc kvapaliny. Tieto sily sa nazývajú sily vnútorného trenia.

Pri meraní rýchlosti častíc prúdiacej reálnej kvapaliny v jednotlivých bodoch prierezu trubice zistíme, že tieto rýchlosti nie sú rovnaké. Kvapalina priľne k stenám trubice a vytvorí sa medzná vrstva kvapaliny, ktorá je voči stenám trubice takmer v pokoji. Smerom od steny k osi trubice rýchlosť prúdenia rastie a nadobúda maximálnu veľkosť na osi trubice. Keď si vyberieme konkrétnu hodnotu rýchlosti v a pospájame body, ktoré sa touto rýchlosťou vyznačujú, zistíme, že geometricky vytvárajú plášť valca s polomerom r. To isté bude platiť pre body, ktoré sa vyznačujú rýchlosťou $v + dv$, tie vytvoria plášť valca s polomerom $r + \mathrm{d}r$ (obr. 9.5(a)). Keďže tieto valcové plochy sa pohybujú vzhľadom na seba rýchlosťou $\mathrm{d}v$, vzniká medzi nimi trenie, ktoré vyvoláva silové účinky medzi týmito dvoma plochami. Tieto silové účinky môžeme charakterizovať vektorom tangenciálneho napätia $\vec{\tau}$, ktorého smer je totožný so smerom vektora rýchlosti prúdenia kvapaliny a pre jeho veľkosť platí vzťah

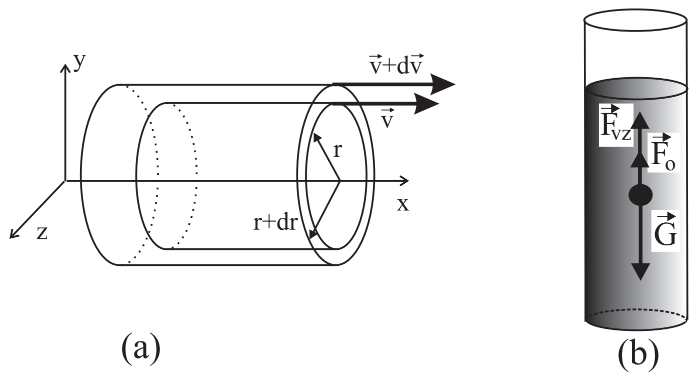
$$\tau = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\ , \tag{9.13}$$

kde η je *koeficient dynamickej viskozity* a charakterizuje viskózne vlastnosti kvapaliny. Jednotkou dynamickej viskozity je $1\,Pa.s$. Dynamická viskozita väčšiny kvapalín je rádove $10^{-3}\,Pa.s$, pričom jej hodnota je závislá od teploty a tlaku. Ďalšou veličinou, ktorá charakterizuje prúdenie reálnej kvapaliny, je **kinematická viskozita** ν, definovaná podielom dynamickej viskozity η a hustoty ρ kapaliny: $\nu = \eta/\rho$.

Prúdenie reálnej kvapaliny, pri ktorom sa jednotlivé vrstvy kvapaliny pravidelne posúvajú v smere prúdu, sa nazýva *laminárne (tzn. vrstvové)*. Pri zvyšovaní rýchlosti prúdiacej kvapaliny v kvapaline začnú vznikať zložky rýchlosti kolmé na smer prúdu a jednotlivé vrstvy prúdiacej kvapaliny sa začnú premiešavať z dôvodu vzniku vírov v kvapaline. Takéto prúdenie nazývame *turbulentné (tzn. vírové)*. Pre rozdelenie prúdenia na laminárne a turbulentné sa používa bezrozmerná veličina, ktorá sa nazýva **Reynoldsovo číslo** R_e. Pre prúdenie kvapaliny trubicou kruhového prierezu je Reynoldsovo číslo dané vzťahom

$$R_e = \frac{v\,d}{\nu}\,, \tag{9.14}$$

kde v je veľkosť strednej rýchlosti častíc kvapaliny v trubici s priemerom d a ν je kinematická viskozita kvapaliny. Kritické Reynoldsovo číslo pre stabilné laminárne prúdenie bolo stanovené experimentálne na hodnotu ≈ 2000.



Obrázok 9.5: (a) Prúdenie kvapaliny (b) Sily pôsobiace na padajúcu guľôčku v kvapaline.

9.8 Obtekanie telies

Riešme teraz jednoduchú úlohu pádu guľôčky v kvapaline, ktorá má podstatne väčší objem ako teleso (napr. ložisková guľôčka v sude na vodu). Po vložení guľôčky do kvapaliny a následujúcom pustení pôsobia na ňu nasledujúce sily: tiažová G smerom dole, vztlaková F_{vz} smerom nahor a odporová sila F_o prostredia (kvapaliny) tiež smerom nahor, proti smeru pohybu (obr. 9.5(b)). Odporová sila je dôsledkom viskozity kvapalín a vznikom vírov v kvapalinách pri obtekaní telies.

Malá guľôčka sa v kvapaline nebude pohybovať veľkými rýchlosťami, takže okolo nej nebudú vznikať víry, teda obtekanie telesa môžno považovať za laminárne. V tomto prípade je odporová sila spôsobená len viskozitou kvapaliny.

Tenká vrstva kvapaliny, ktorá je v styku s povrchom telesa, sa nepohybuje. Silové pôsobenie kvapaliny na teleso sa tak uskutočňuje pomocou trecích síl, ktoré vznikajú medzi jednotlivými vrstvami kvapaliny. Pri takomto prúdení je odporová sila daná Stokesovým[3] zákonom. Podľa neho je odporová sila úmerná prvej mocnine rýchlosti, koeficientu dynamickej viskozity a lineárnym rozmerom telesa. Podľa tohto zákona je odporová sila guľôčky F_o pri rovnomernom pohybe v kvapaline vyjadrená pomocou tzv. **Stokesovho vzorca** v tvare

$$F_o = 6\,\pi\,\eta\,r\,v, \tag{9.15}$$

kde η je koeficient dynamickej viskozity kvapaliny, r je polomer guľôčky a v je rýchlosť jej pohybu v nepohybujúcej sa kvapaline.

Na základe znalosti Stokesovho vzorca je možné určiť ustálenú rýchlosť padajúcej guľôčky vo viskóznej kvapaline. Guľôčka po uvoľnení v kvapaline padá voľným pádom. Výsledná sila pôsobiacia na guľôčku sa dá zapísať ako

$$F = G - F_{vz} - F_o\,. \tag{9.16}$$

Pri páde guľôčky jej rýchlosť postupne rastie, no so zvyšovaním rýchlosti rastie aj odporová sila (9.15). V určitom okamihu je odporová sila taká veľká, že výsledná sila (9.16) bude nulová. V tomto okamihu sa vykompenzujú všetky sily pôsobiace na guľôčku a jej pohyb bude už ďalej rovnomerný. Po vyjadrení jednotlivých síl vo vzťahu (9.16) ($G = m\,g = V\rho_t\,g$, $F_{vz} = V\,\rho_k\,g$ (9.6) a F_o zo vzťahu (9.15)) dostaneme

$$V\rho_t\,g = \rho_k\,V\,g + 6\,\pi\,\eta\,r\,v\,,$$

g je gravitačné zrýchlenie, η je koeficient dynamickej viskozity kvapaliny, v je ustálená rýchlosť guľôčky, ρ_k je hustota kvapaliny, ρ_t je hustota kvapaliny a $V = 4/3\,\pi\,r^3$ je objem guľôčky. Úpravou predošlého vzťahu sa dá vyjadriť ustálená rýchlosť guľôčky v tvare

$$v = \frac{2\,(\rho_t - \rho_k)\,g\,r^2}{9\,\eta}\,. \tag{9.17}$$

Ústálená rýchlosť padajúcej guľôčky vo viskóznej kvapaline závisí od druhej mocniny jej polomeru a nepriamoúmerne od koeficientu dynamickej vyskozity. Vzťah (9.17) sa využíva na experimentálne určenie koeficientu dynamickej viskozity kvapaliny η. Pokiaľ však experiment robíme vo valci konečného priemeru, treba výslednú viskozitu korigovať.

[3]JONATHAN STOKES (1755 – 1831) bol anglický fyzik, lekár a botanik, člen Birmingham Lunar Society.

Pri väčších rýchlostiach sa obtekanie telesa stáva turbulentným, tzn. vírovým. Pri takomto prúdení sa na rozdiel od laminárneho prúdenia časť energie dodanej telesu mení na kinetickú energiu vírov, ktorá sa potom v dôsledku trenia mení na teplo. Pri tomto type prúdenia môžeme odporovú silu vyjadriť v tvare

$$F_o = C\,S\,\frac{\rho\,v^2}{2}\,, \qquad (9.18)$$

kde C je bezrozmerný odporový súčiniteľ závislý od tvaru telesa, S je plocha priečneho prierezu telesa, ρ je hustota kvapaliny a v je rýchlosť telesa v nepohybujúcej sa kvapaline. Súčiniteľ C nadobúda hodnoty, napr. pre kruhovú dosku orientovanú kolmo na smer pohybu $C = 1,12$, pre guľu $C = 0,4$ a pre teleso kvapkovitého tvaru $C = 0,04$.