VYŠETROVANIE PRUŽNEJ DEFORMÁCIE

Teoretický úvod:

Medzi hmotnými elementami (atómami alebo iónmi v kryštalickej mriežke) pôsobia príťažlivé a odpudivé sily, ktoré sú iba pri určitej vzdialenosti r_0 častíc v rovnováhe.

Pri zväčšovaní vzájomnej vzdialenosti častíc (ťah) prevládnu sily príťažlivé, pri zmenšovaní tejto vzdialenosti (tlak) prevládnu sily odpudivé. Ak sa obmedzíme na veľmi malé deformácie, bude výsledná sila veľmi približne úmerná výchylke z rovnovážnej polohy r_0 . Uvedené predpoklady spolu s požiadavkou, aby deformovaná látka bola izotrópna, bývajú dobre splnené u polykry-štalických kovových materiálov.

V oblasti malých deformácii je súvis medzi účinkujúcimi silami a deformáciou, ktorú vyvolávajú, vyjadrený Hookovým zákonom, ktorý hovorí: Deformácia pružných telies je úmerná účinkujúcim silám a obrátene. Prevrátená hodnota tejto konštanty úmernosti vystupujúcej v Hookovom zákone sa nazýva Youngov modul pružnosti. Ak deformujúca sila pôsobí kolmo na povrch telesa, vyvoláva deformáciu ťahom alebo tlakom a vystupujúci modul v Hookovom zákone je modul pružnosti v ťahu (značíme E). Ak deformujúca sila leží v rovine povrchu telesa alebo je jej dotyčnicou vyvoláva deformáciu šmykom a príslušný modul je modul pružnosti v šmyku (značíme G). Takéto deformácie (ťahom, šmykom) nazývame jednoduché a možno ich využiť na experimentálne stanovenie príslušných modulov E a G. V ďalšom rozoberieme metódy na určovanie modulov E a G, ktoré sú založené na jednoduchých i zložitejších typoch deformácií.

II. MERANIE MODULU PRUŽNOSTI V ŠMYKU.

Teoretický úvod:

Modul pružnosti v šmyku (niekedy ho nazývame modul torzie), by sme mohli určiť z konkretizácie Hookovho zákona pre deformáciu v šmyku

$$\frac{u}{h} = \frac{1}{G}\frac{F}{S} \qquad (9)$$

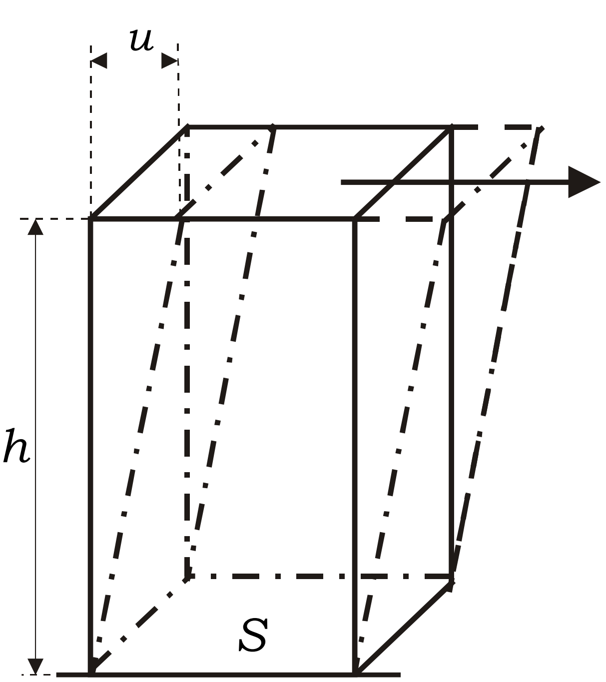
kde význam jednotlivých členov najlepšie ukáže obr. 8. Podiel $F/S = \tau$ predstavuje tangenciálne
napätie, u – posunutie hornej základne kvádra voči dolnej základni, $u/h = tg\gamma \doteq \gamma$ predstavuje relatívne posunutie hornej základne voči dolnej. Hookov zákon je možné písať v tvare

$$\tau = G\gamma \qquad (10)$$

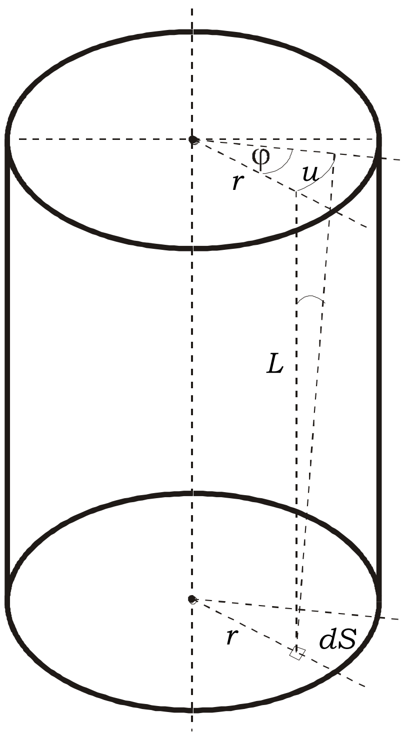
G – modul pružnosti v šmyku

Zo vzťahov (9), (10) vidieť, že má rozmer napätia (N/m^2=Pa) a predstavuje také napätie, pri ktorom by absolútne posunutie u bolo rovné výške hranola h, alebo pri ktorom by relatívne posunutie $tg\gamma = 1$ (teda, aby uhol γ=45°).
Priame využitie Hookovho zákona na určenie modulu pružnosti v šmyku je pomerne málo praktické a príslušná metóda aj málo presná. Preto sa modul v šmyku najčastejšie určuje z torzie tyčí alebo drôtov.

Pri torzii je totiž každá časť vzorky namáhaná iba šmykom a pritom i keď šmyk v každej časti vzorky je pomerne malý (leží hlboko pod mierou úmernosti deformácie a napätia), výsledný uhol stočenia vzorky môže byť veľký a teda dobre merateľný.



Obr. 8



Obr. 9

Torzná deformácia je zložitejším prípadom deformácie šmykovej. Jednotlivé priečne vrstvy telesa sa krútením vzájomne natáčajú.

Uvažujme tyč v tvare valca o dĺžke L a priemere d na jednom konci upevnenú. Na druhý koniec pôsobíme krútiacim momentom sily, ktorý vyvoláva šmykovú deformáciu každého pozdĺžneho vlákna dĺžky L a prierezu dS (obr. 9). Sledované vlákno je vo vzdialenosti r od torznej osi, predstavovanej neutrálnym vláknom, ktoré sa pri krútení nedeformuje. Pri natočení voľného konca tyče (vplyvom krútiaceho momentu) o uhol φ sa posunie voľný koniec vlákna po kružnici polomeru r o úsek $u = r\varphi$. Šmykový deformačný uhol $\alpha = u / L = r\varphi / L$ súvisí podľa Hookovho zákona s tangenciálnym napätím $\tau = dF / dS = G\alpha$. Sila pripadajúca na elementárnu plošku dS sledovaného vlákna pôsobí vzhľadom na torznú os momentom sily $dM = rdF = rG\alpha\, dS = rG(r\varphi / L).dS = (G / L)r^2 \varphi\, dS$. Celkový torzný moment sily dostaneme integráciou elementárnych momentov sily po celej ploche voľnej podstavy

$$M = \int_{(S)} dM = \frac{G\varphi}{L} \int_{(S)} r^2 dS = \frac{GI}{L}\varphi \qquad (11)$$

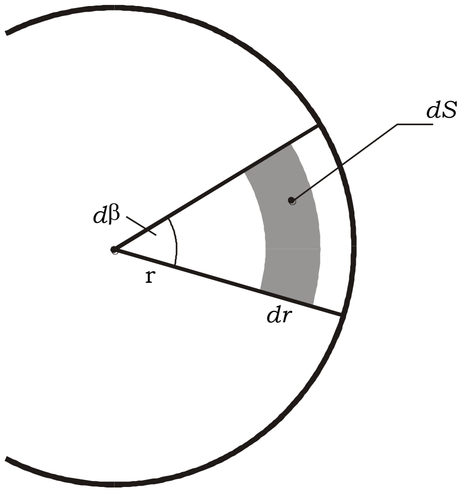
kde $I = \int_{(S)} r^2 dS$ je plošný moment zotrvačnosti prierezu tyče vzhľadom na torznú os.

Pre tyč s kruhovým prierezom postupujeme pri výpočte I tak, že plochu kruhu rozdelíme na elementy (obr.10), ktoré v polárnych súradniciach nadobúdajú vyjadrenie

$$dS = r.d\beta.du$$

vypočítame príslušný integrál

$$I = \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{d/2} r^3 dr = \frac{\pi d^4}{32} \qquad (12)$$



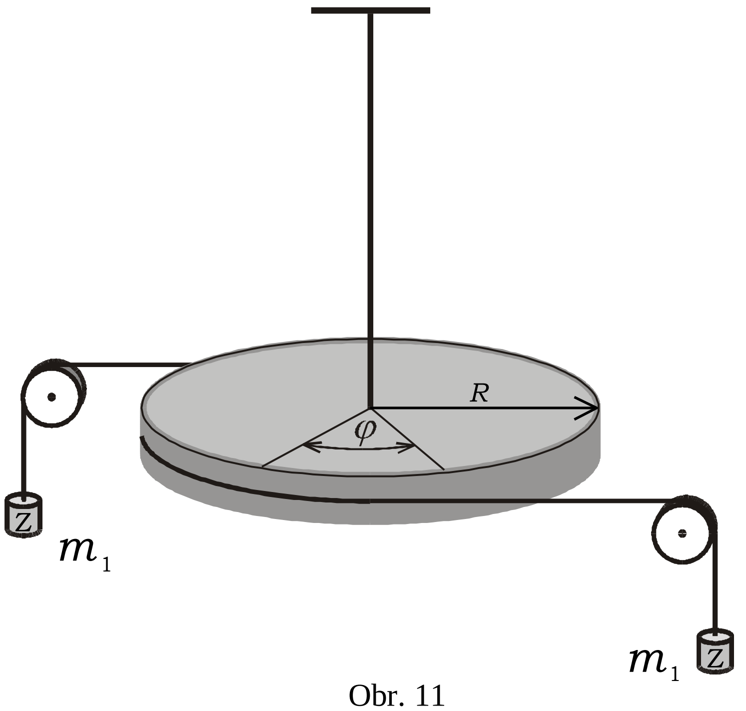
Obr. 10

Zo vzťahu (11) vidíme, že torzný uhol φ je priamo úmerný torznému momentu *M*. Konštantu nazývame direkčným momentom tyče.

$$M_0 = \frac{GI}{L} \qquad (13)$$

STATICKÁ METÓDA MERANIA MODULU PRUŽNOSTI V ŠMYKU.

Statická metóda merania modulu pružnosti v šmyku využíva torziu tenkej tyče (drôtu) zo skúmaného materiálu.



Obr. 11

Tyč je zavesená tak, že horný koniec je upevnený v držiaku a k dolnému koncu tyče je pripevnený kotúč s uhlovou stupnicou (obr. 11). Na obvode kotúča pôsobia sily kolmé na torznú os, vyvolané cez kladky tiažou závaží o hmotnostiach m_1 a m_2. Výsledný torzný moment týchto síl je $(m_1+m_2)gR$, kde R je polomer kotúča. Aby nevznikla sila vychyľujúca os kotúča volíme závažia tak, aby $m_1=m_2$. Uvedený moment sily dosadíme do vzťahu (11) spolu so vzťahom (12) a pre modul pružnosti G dostaneme vzťah

$$G = \frac{32gRL}{\pi d^4} \cdot \frac{m_1 + m_2}{\varphi} \qquad (14)$$

.

Úlohy:

1. Zmerať modul pružnosti v šmyku pre dva rôzne materiály (oceľ, meď).
2. Stanoviť chybu merania pre daný modul.

Postup merania a spracovanie výsledkov:

1. Po upevnení tyče (drôtu) do príslušného zariadenia určíme priamym meraním hodnoty veličín R, L, d. Dané veličiny meriame viackrát (aspoň 10-krát) a určíme ich aritmetické priemery $\overline{R}, \overline{L}, \overline{d}$ a k ním príslušné náhodné chyby $\overline{\delta}_R$, $\overline{\delta}_L$, $\overline{\delta}_d$.
2. Zmeriame teplotu miestnosti.
3. Danú tyč postupne zaťažujeme prikladaním závaží a meriame jej uhol skrútenia φ.
4. Opäť zmeriame teplotu miestnosti.
5. Hodnoty zapisujeme do tabuľky III.

Tabuľka III.

Č. m.	m_1+m_2 [g]	φ [rad]	$k_i = \dfrac{\varphi}{m_1 + m_2}$	$(k_i - \overline{k})^2$

6. Overíme linearitu torznej deformácie tak, že namerané hodnoty φ vynesieme do grafu $\varphi = f(m)$. Pre každé zaťaženie určíme konštantu $k = \dfrac{d\varphi}{dm}$, jej aritmetický priemer $\overline{k}$ a k nej príslušnú náhodnú chybu $\overline{\delta}_k$. Výsledky merané dosadíme do vzťahu (14), v ktorom pomer $(m_1 + m_2)/\varphi$ nahradíme konštantou $1/k$.
7. Určíme chybu merania veličiny G vyplývajúcu z parciálnych chýb jednotlivých priamo meraných veličín resp. chyby vypočítanej konštanty k. Danú chybu stanovíme zo vzťahu

$$\overline{\delta}_G^2 = \overline{G}^2 \left[\left(\frac{\overline{\delta}_R}{\overline{R}} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\delta}_L}{\overline{L}} \right)^2 + \left(4\frac{\overline{\delta}_d}{\overline{d}} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\delta}_k}{\overline{k}} \right)^2 \right]. \qquad (15)$$