



ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

Fakulta elektrotechniky
a informačných technológií

NÁVODY K LABORATÓRNÝM CVIČENIAM 1

Gabriela Tarjániová, Tomáš Mizera

Žilinská univerzita v Žiline
EDIS-vydavateľstvo UNIZA
2023



ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

Fakulta elektrotechniky a informačných technológií

RNDr. Gabriela Tarjányiová, PhD., Ing. Tomáš Mizera, PhD.

NÁVODY K LABORATÓRNÝM CVIČENIAM 1

Žilinská univerzita v Žiline
EDIS-vydavateľstvo UNIZA
2023

Vydanie tejto publikácie bolo finančne podporené projektom KEGA č. 023ŽU-4/2021:
Rozvoj intelektuálnych spôsobilostí a manuálnych zručností v STEM vzdelávaní.

Recenzenti prof. Mgr. Ivan Martinček, PhD.
RNDr. Zuzana Gibová, PhD.

© Gabriela Tarjányiová, Tomáš Mizera, 2023

ISBN 978-80-554-2044-8

URČENIE KOEFICIENTU DYNAMICKEJ VISKOZITY TELIESKOVÝMI VISKOZIMETRAMI

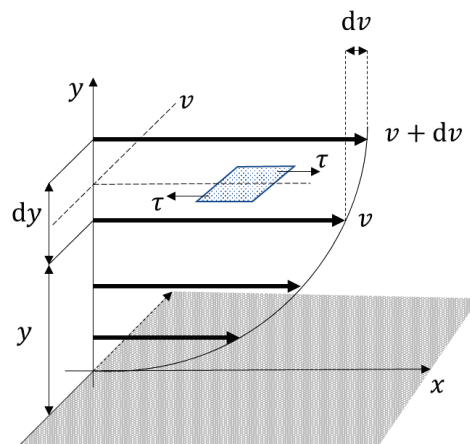
Úlohy

- A. Meranie času pádu telesa v kvapaline v simulovanom experimente
- B. Určenie koeficientu dynamickej viskozity Stokesovým viskozimetrom

Teoretický úvod

Reálne kvapaliny sa vždy vyznačujú vnútorným trením. Vnútorné trenie, alebo **viskozita**, je fyzikálna veličina, ktorá závisí predovšetkým od veľkosti príťažlivých síl, ktoré pôsobia medzi jednotlivými molekulami kvapaliny. Ak sú príťažlivé sily väčšie, kvapalina má väčšiu viskozitu. Väčšia viskozita kvapaliny sa prejavuje väčším „brzdením“ pohybu kvapaliny a preto je kvapalina menej tekutá. Veľkosť viskozity kvapaliny závisí aj od teploty a tlaku. So zvyšujúcou sa teplotou viskozita kvapalín klesá. Vplyv tlaku na zmenu viskozity je zanedbateľný, pokiaľ neuvažujeme vyššie hodnoty tlaku.

Ak prúdi kvapalina potrubím, je možné pozorovať, že vrstva kvapaliny tesne priliehajúca k stene potrubia prilieha k jeho povrchu a je v pokoji. Rýchlosť prúdenia kvapaliny sa zvyšuje s rastúcou vzdialenosťou od steny potrubia a najvyššiu rýchlosť dosahuje v strede potrubia. Toto správanie sa kvapalín vysvetľujeme pôsobením vnútorného trenia. Predstavme si kvapalinu prúdiacu v potrubí v smere osi x (Obr. 1).



Obr. 1. Prúdenie reálnej kvapaliny

Rozdelíme si kvapalinu na jednotlivé vrstvy, ktoré v závislosti od vzdialenosti od steny potrubia (od súradnice y) sa pohybujú rôznymi rýchlosťami v . Zmenu rýchlosti, ktorú môžeme pozorovať pri postupe od vrstvy k vrstve, charakterizujeme podielom $\frac{dv}{dy}$, kde dv je rozdiel rýchlostí medzi dvoma susediacimi vrstvami kvapaliny vzdialenými o dy v smere kolmom na prúd kvapaliny, t. j. v smere osi y . V dôsledku toho, že sa jednotlivé vrstvy kvapaliny

pohybujú rôznou rýchlosťou, vzniká medzi nimi tangenciálne napätie τ . Jeho smer leží v smere rýchlosti, t. j. v smere osi x a jeho veľkosť je daná vzťahom

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}, \quad (1)$$

kde η je koeficient dynamickej viskozity, jedna z materiálových konštánt, ktorého jednotka je $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ($\text{Pa} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$). S nárastom koeficientu dynamickej viskozity klesá tekutosť kvapaliny.

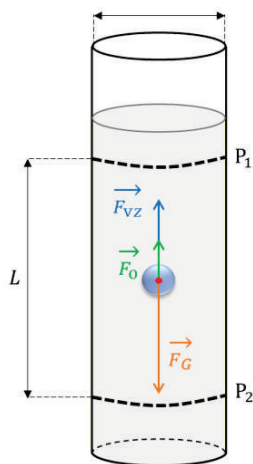
Na vyjadrenie viskózných vlastností kvapalín sa okrem koeficientu dynamickej viskozity η zavádza aj koeficient kinematickej viskozity ν definovaný vzťahom

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \quad (2)$$

kde ρ je hustota vyšetrovanej kvapaliny. Jednotkou ν je $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Vplyv vnútorného trenia (viskozity) kvapaliny sa neprejavuje iba pri jej tečení. Ak sa teleso pohybuje v kvapaline, kvapalina kladie telesu odpor, ktorý je pri pomalom prúdení priamo úmerný rýchlosti. Túto skutočnosť využívame pri určovaní koeficientu dynamickej viskozity η v tzv. telieskových viskozimetroch. Sú to zariadenia, v ktorých sa koeficient dynamickej viskozity určuje z rýchlosti voľného pádu telesa vo vyšetrovanej kvapaline.

Budeme vyšetřovať voľný pád guľôčky v kvapaline s danou viskozitou. Na začiatku pohybu bude rýchlosť nulová a účinkom tiažovej sily začne guľôčka padať, rýchlosť sa bude zvyšovať. So zvyšujúcou rýchlosťou sa zväčšuje aj odpor, ktorý kladie tekutina padajúcej guľôčke. Keďže odporová sila závisí od rýchlosti, bude pohyb guľôčky nerovnomerne zrýchlený.



Obr. 2. Model Stokesovho viskozimetra

Na guľôčku pohybujúcu sa v kvapaline pôsobí tiažová sila F_G , vztlaková sila F_{vz} a odporová sila F_o (Obr. 2) a guľôčka koná rovnomerný priamočiary pohyb s rýchlosťou v_m , ak sa vektorový súčet síl pôsobiacich na guľôčku rovná nule, t. j.

$$\mathbf{F}_G + \mathbf{F}_{vz} + \mathbf{F}_o = \mathbf{0}, \quad (3)$$

$$F_G - (F_{vz} + F_o) = 0. \quad (4)$$

Pre teleso tvaru pravidelnej gule s hmotnosťou m , polomeru r a materiálu s hustotou ρ_t veľkosť tiažovej sily môžeme vyjadriť nasledovne

$$F_G = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_t g. \quad (5)$$

Veľkosť vztlakovej sily, ktorá pôsobí na guľôčku vo vyšetrovanej kvapaline hustoty ρ_k , vyjadríme ako

$$F_{vz} = V_t \rho_k g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g. \quad (6)$$

Pre teleso tvaru gule s polomerom r v neohraničenom prostredí v prípade laminárneho obtekania, t. j. pre nie príliš veľké rýchlosti v , môžeme odporovú silu vyjadriť tzv. Stokesovým vzťahom

$$F_o = 6\pi\eta r v. \quad (7)$$

Tiažová sila a vztlaková sila sú konštantné sily, ktoré nezávisia od veľkosti rýchlosti guľôčky v . Veľkosť odporovej sily F_o narastá s narastajúcou hodnotou rýchlosti v .

Pre ustálenú rýchlosť v_m dosadením vyjadrení veľkostí jednotlivých síl (vzťahy (5), (6) a (7)) do vzťahu (4) dostaneme rovnicu

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_t g - \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g + 6\pi\eta r v_m \right) = 0. \quad (8)$$

Úpravou rovnice dostaneme vzťah pre rýchlosť rovnomerného pohybu v tvare

$$v_m = \frac{2(\rho_t - \rho_k)r^2 g}{9\eta}. \quad (9)$$

Ak zmeriame časový interval t , za ktorý guľôčka pohybujúca sa rovnomernou rýchlosťou prejde dráhu L (Obr. 2.), môžeme určiť jej rýchlosť $v_m = \frac{L}{t}$ a po dosadení do vzťahu (9) môžeme vyjadriť koeficient dynamickej viskozity η v tvare

$$\eta = \frac{2(\rho_t - \rho_k)r^2 g t}{9L} = \frac{1}{18} \frac{(\rho_t - \rho_k)d^2 g t}{L}. \quad (10)$$

Ako rýchlo guľôčka dosiahne rýchlosť v_m , to závisí od rozdielu hustoty kvapaliny a materiálu guľôčky. Ukazuje sa, že pri malom rozdiel hustôt guľôčka dosiahne rýchlosť v_m za niekoľko sekúnd. Presnosť merania η závisí nielen od rovnomernosti teploty vyšetrovanej kvapaliny, ale aj od toho či rýchlosť v_m určujeme na dráhe, na ktorej guľôčka už vykonáva rovnomerný pohyb, alebo nie. Koeficient dynamickej viskozity je silne závislý od teploty kvapaliny. Uvedený vzťah (10) na určenie koeficientu dynamickej viskozity platí iba v prípade, že guľôčka padá v neohraničenom prostredí. Pri voľnom páde guľôčky s priemerom d pozdĺž osi trubice s vnútorným priemerom D je potrebné vypočítanú hodnotu koeficientu dynamickej viskozity korigovať na pohyb v ohraničenom prostredí korekčným faktorom K_F určeným vzťahom

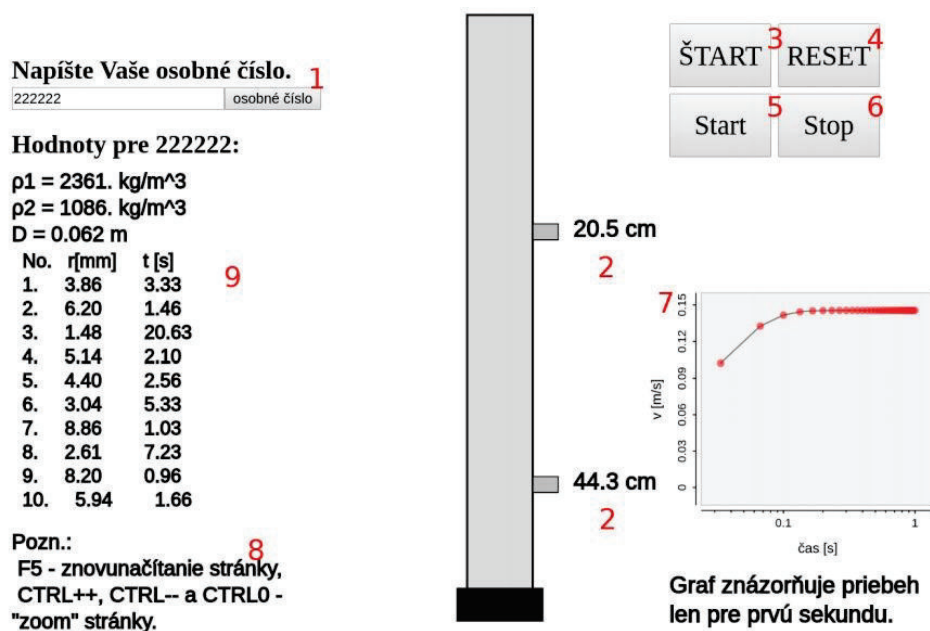
$$K_F = \frac{1}{1 + 2,4 \frac{d}{D}} \quad (11)$$

Pomôcky

Stokesov viskozimeter (sklenený valec so značkami naplnený viskóznou kvapalinou), telesá pravidelného guľovitého tvaru (sklenené, oceľové, olovené guľôčky), mikrometrické meradlo, posuvné meradlo, dĺžkové meradlo, teplomer, stopky.

A. Meranie času pádu telesa v kvapaline v simulovanom experimente

Simulačný program "mViskozita" slúži na simulované meranie času pádu telesa vo viskóznej kvapaline potrebného na určenie jej koeficientu dynamickej viskozity. Dôležité časti programu sú očíslované (Obr. 3).



Obr. 3. Snímka obrazovky so spusteným programom "mViskozita"

Postup merania

1. Vyplníte osobné číslo (pod ktorým ste vedený na <http://vzdelavanie.uniza.sk>) a potvrdíte kliknutím na tlačidlo (1).
2. Vygenerované hodnoty potrebných parametrov pre dané osobné číslo sa zobrazia nižšie.
3. Obdĺžniky (2) reprezentujú prstence (zarážky) a sú nastaviteľné.
4. Vpravo hore sa nachádzajú tlačidlá "ŠTART" (3), "RESET" (4), "Start" (5) a "Stop" (6). Kliknutím na "ŠTART" sa spustí simulácia, guľôčka začne padať.
5. Meranie času sa vykonáva tlačidlami "Start" a "Stop". Tlačidlo "Start" spúšťa stopky, tlačidlo "Stop" zaznamenáva časový interval, ktorý uplynul od začiatku merania (od stlačenia tlačidla "Start") až po okamih stlačenia tohto tlačidla.
6. V pravom dolnom rohu sa znázorňuje časový priebeh rýchlosti pre prvú sekundu merania (7).
7. Tlačidlo "RESET" slúži na vymazanie nameraných hodnôt.
8. Namerané hodnoty sa zobrazujú v tabuľke (9).
9. Ku referátu je potrebné priložiť celú snímku obrazovky (Obr. 3) obsahujúcu osobné číslo, vygenerované hodnoty a namerané výsledky. Poznámka: tlačidlo "F5" slúži na opätovné načítanie stránky. Zväčšovanie, zmenšovanie a návrat na pôvodnú veľkosť stránky sa vykonáva stlačením CTRL++, CTRL-- a CTRL0 (8).

B. Určenie koeficientu dynamickej viskozity Stokesovým viskozimetrom

V laboratórnych podmienkach Stokesov viskozimeter tvorí dlhá trubica priemeru rádovo niekoľko centimetrov naplnená meranou kvapalinou. Môže to byť napríklad odmerný valec. Pri tejto metóde necháme guľôčku z materiálu o známej hustote ρ_t voľne padať vo vyšetrovanej kvapaline hustoty ρ_k . Guľôčku púšťame do kvapaliny tak, že ju uchopíme pinzetou, ponoríme tesne pod hladinu kvapaliny a pustíme tak, aby sme jej neudelili rotáciu. Meriame dobu t , za ktorú prejde guľôčka dráhu L medzi dvoma prstencami P_1 a P_2 . Pri určovaní koeficientu dynamickej viskozity η použitou metódou musíme poznať dráhu L , po ktorej sa guľôčka už pohybuje konštantnou rýchlosťou v_m .

Postup merania

1. Nasledujúcim postupom určíme vzdialenosť L , na ktorej sa guľôčka už pohybuje rovnomerným pohybom.
 - a) Nastavíme horný prstenec P_1 približne do polovice výšky trubice a prstenec P_2 umiestnime ku spodnej časti trubice.
 - b) Guľôčku z materiálu o známej hustote ρ_t necháme voľne padať v meranej kvapaline hustoty ρ_k a meriame časový interval t , za ktorý prejde guľôčka dráhu L

medzi dvoma prstencami P_1 a P_2 . Vypočítame z nameraných údajov dráhy a časového intervalu rýchlosť pádu guľôčky.

- c) Potom premiestnime prstenec P_1 asi do $2/3$ výšky valca a opäť určíme rýchlosť pádu guľôčky ako v kroku b. Ak sa hodnota určenej rýchlosti od predchádzajúcej výrazne nelíši (t. j. v intervale presnosti merania), na uvedenej dĺžke L vykonáme merania podľa postupu od bodu 3.
2. Ak rýchlosť guľôčky určená v bode 1.c postupu merania bude menšia ako hodnota rýchlosti určená v bode 1.b, opakujeme postup určenia rýchlosti pre dve nižšie polohy prstenca P_1 . Ak ani po tomto meraní nedosiahneme rovnaké hodnoty rýchlostí, zvolíme si na meranie guľôčku s menším priemerom a opakujeme postup určenia vzdialenosti L .
3. Z tabuliek v prílohe zistíme hustotu vyšetrovanej kvapaliny ρ_k a hustotu materiálu použitých guľôčok ρ_t .
4. Hustotu guľôčok môžeme určiť aj jednou z metód na určenie hustoty. Pre homogénnu vzorku hmotnosti m a objemu V je hustota definovaná vzťahom $\rho = \frac{m}{V}$.
 - a) Hmotnosť m určíme vážením, tak že odvážime napr. naraz aspoň 20 guľôčok toho istého priemeru a určíme najpravdepodobnejšiu hodnotu hmotnosti guľôčky \bar{m} . Určíme štandardnú neistotu merania hmotnosti σ_m , pričom jej hodnota približne zodpovedá $z_{\max}/\sqrt{3}$, kde z_{\max} je hodnota najmenšieho dielika použitého meracieho zariadenia.
 - b) Mikrometrickým meradlom meriame priemer d 20 guľôčok použitých na učenie hmotnosti a určíme aritmetický priemer \bar{d} , strednú kvadratickú odchýlku aritmetického priemeru $\sigma_{\bar{d}}$.
 - c) Objem určíme pomocou nameraných geometrických rozmerov pomocou vzťahu $\bar{V} = \frac{4}{3}\pi\bar{r}^3 = \frac{1}{6}\pi\bar{d}^3$.
 - d) Vypočítame najpravdepodobnejšiu hodnotu hustoty guľôčky $\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\frac{1}{6}\pi\bar{d}^3}$ a pomocou metódy pre určenie neistoty merania nepriamo meranej veličiny nájdeme neistotu $\sigma_{\bar{\rho}}$ pomocou neistôt priamo meraných veličín m , d podľa vzťahu
$$\sigma_{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{m}}\right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{d}}\right)^2 \sigma_{\bar{d}}^2}.$$
 - e) Výsledok zapíšeme v tvare $\rho = (\bar{\rho} \pm \sigma_{\bar{\rho}})$ a zhodnotíme presnosť merania hustoty guľôčky.
5. Posuvným meradlom odmeriame vnútorný priemer valca D_i .
6. Odmeriame teplotu kvapaliny bezprostredne pred meraním (t_1) a po meraní (t_2).
7. Mikrometrickým meradlom meriame priemer guľôčky d_i a stopkami časový interval t_i , za ktorý guľôčka prejde dráhu L medzi dvoma prstencami P_1 a P_2 .

8. Namerané údaje priemeru valca D_i , vzdialenosti L , hustoty kvapaliny ρ_k a materiálu guľôčok ρ_t , priemeru guľôčok d_i a časových intervalov pádu guľôčok t_i zapisujeme do tabuľky 1.

Tabuľka 1.

L (m)		t_1 (°C)		t_2 (°C)		ρ_k (kg · m ⁻³)	
				$\bar{m} = \frac{m}{20}$ (kg)			ρ_t (kg · m ⁻³)
i	d_i (m)	t_i (s)	v_m (m · s ⁻¹)	D_i (m)	K_{Fi}	η_{ki} (Pa · s)	σ_{η_k} (Pa · s)
1							
2							
⋮							
n							
$\bar{d} = \dots$				$\bar{D} = \dots$			$\bar{\eta}_k = \dots$

9. Určíme štandardné neistoty merania vzdialenosti prstencov σ_L , priemeru guľôčok σ_d , vnútorného priemeru valca σ_D , pričom ich hodnota približne zodpovedá $z_{\max}/\sqrt{3}$, kde z_{\max} je hodnota najmenšieho dielika použitého meracieho zariadenia.

Vyhodnotenie merania

1. Vypočítame korekčný faktor K_{Fi} podľa vzťahu (11).
2. Vypočítame koeficient dynamickej viskozity η_{ki} korigovaný na pohyb guľôčky v konečnom prostredí podľa vzťahu

$$\eta_{ki} = \eta_i K_{Fi} = \frac{1}{18} \frac{(\rho_t - \rho_k) d_i^2 g t_i}{L \left(1 + 2,4 \frac{d_i}{D_i}\right)}$$

3. Určíme aritmetický priemer koeficientu dynamickej viskozity $\bar{\eta}_k$ a neurčitosť σ_{η_k} .
4. V prípade, že na určenie koeficientu dynamickej viskozity použijeme guľôčky približne rovnakého priemeru, stanovíme neistotu, t. j. určíme chybu nepriameho merania k aritmetickému priemeru podľa vzťahu

$$\sigma_{\eta_k} = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta_k}{\partial t}\right)^2 (\sigma_t)^2 + \left(\frac{\partial \eta_k}{\partial L}\right)^2 (\sigma_L)^2 + \left(\frac{\partial \eta_k}{\partial D}\right)^2 (\sigma_D)^2 + \left(\frac{\partial \eta_k}{\partial d}\right)^2 (\sigma_d)^2}$$

Pre jednotlivé parciálne derivácie platia vzťahy

$$\frac{\partial \eta_k}{\partial t} = \frac{(\rho_t - \rho_k) d^2 g}{18 L \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)},$$

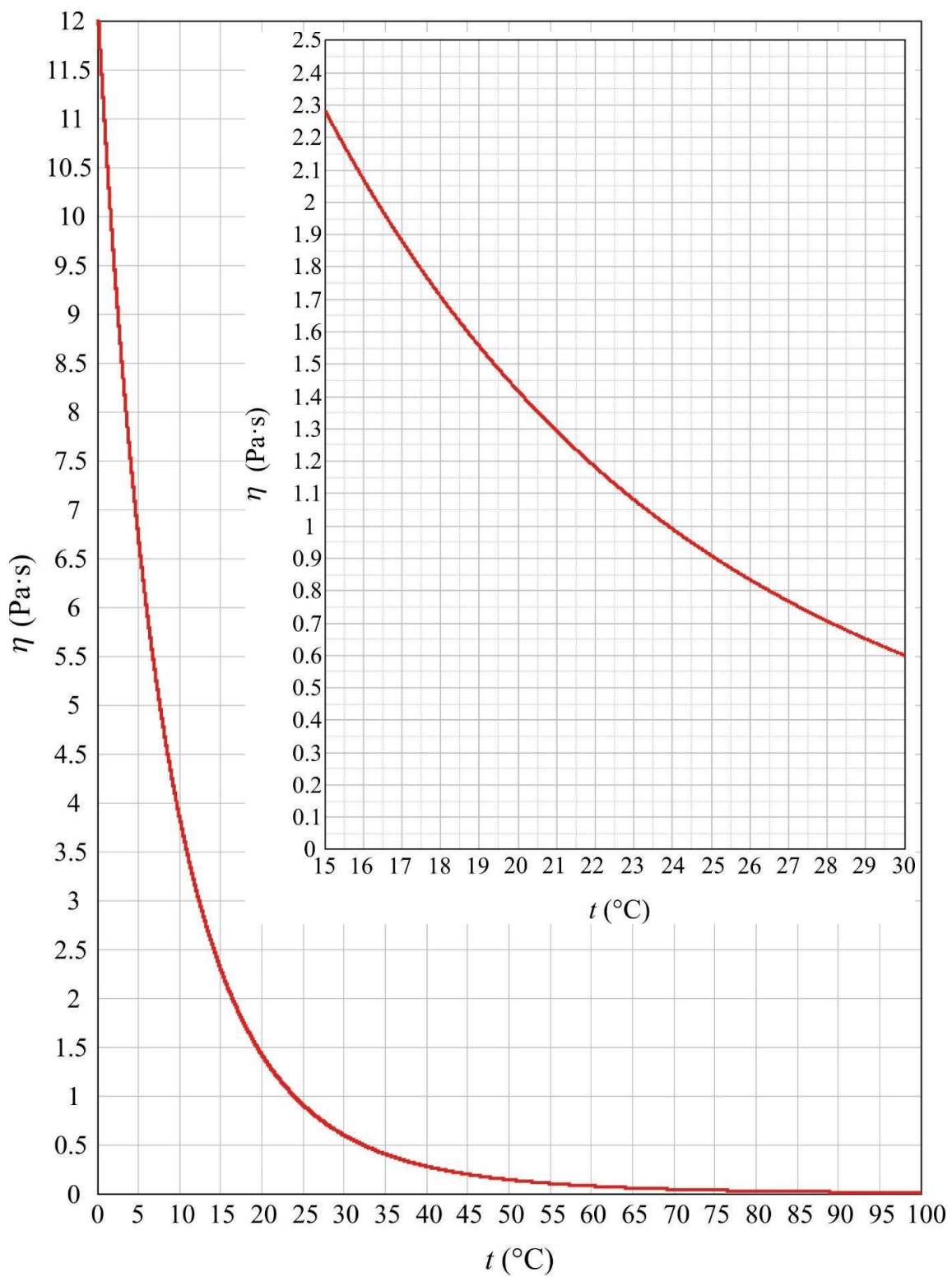
$$\frac{\partial \eta_k}{\partial L} = -\frac{(\rho_t - \rho_k) d^2 g t}{18 L^2 \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)},$$

$$\frac{\partial \eta_k}{\partial D} = \frac{2,4 (\rho_t - \rho_k) d^3 g t}{18 D^2 L \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)^2},$$

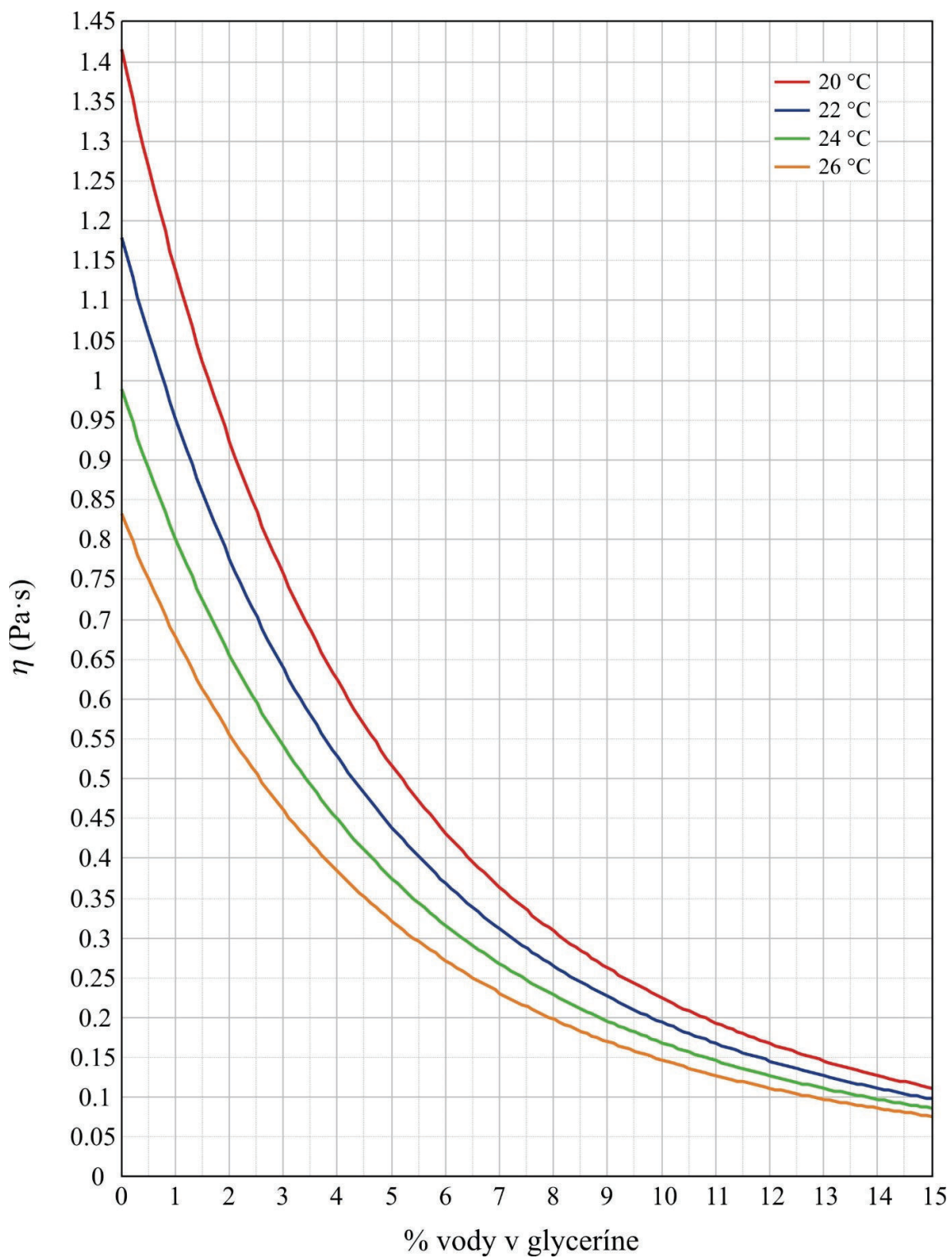
$$\frac{\partial \eta_k}{\partial d} = \frac{(\rho_t - \rho_k) d g t}{9 L \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)} - \frac{2,4 (\rho_t - \rho_k) d^2 g t}{18 D L \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)^2},$$

kde za t , D , d dosadíme aritmetické priemery veličín.

5. Ak použijeme guľôčky rôznych priemerov stanovíme neistotu dynamickej viskozity pre jednotlivé hodnoty.
6. Výsledok určenia koeficientu dynamickej viskozity uvádzame v tvare $\eta_k = (\bar{\eta}_k \pm \sigma_{\eta_k})$.
7. Vypočítame koeficient kinematickej viskozity ν podľa vzťahu (2).
8. Z priloženého grafu závislosti koeficientu dynamickej viskozity od teploty (Obr. 4) určíme teoretickú hodnotu η_t pre vyšetrovanú kvapalinu pre zodpovedajúcu teplotu merania.
9. Aritmetický priemer koeficientu dynamickej viskozity $\bar{\eta}_k$ porovnáme s teoretickým predpokladom η_t .
10. V prípade merania v laboratórnych podmienkach určíme z grafu závislosti koeficientu dynamickej viskozity od obsahu vody v glyceríne, koľko percent vody obsahuje vyšetrovaná kvapalina (Obr. 5).



Obr. 4. Závislosť koeficientu dynamickej viskozity glycerínu od teploty



Obr. 5. Závislosť koeficientu dynamickej viskozity od obsahu vody v glyceríne

Tabuľka 7. Hustota ρ vzduchu v závislosti od teploty t (pri tlaku 101,325 kPa)

t (°C)	ρ (kg · m ⁻³)	t (°C)	ρ (kg · m ⁻³)
0	1,293	16	1,221
1	1,288	17	1,217
2	1,284	18	1,213
3	1,279	19	1,209
4	1,275	20	1,205
5	1,270	21	1,201
6	1,265	22	1,197
7	1,261	23	1,193
8	1,256	24	1,189
9	1,252	25	1,185
10	1,247	26	1,181
11	1,243	27	1,177
12	1,239	28	1,173
13	1,234	29	1,169
14	1,230	30	1,165
15	1,226		

Tabuľka 8. Hustota ρ vybraných tuhých látok pri teplote 20 °C, plynov pri teplote 0 °C a tlaku 101,325 kPa

Látka	ρ (kg · m ⁻³)	Látka	ρ (kg · m ⁻³)
hliník	2 699	kremeň	2 651
kremík	2 328	oceľoliatina	7 800
meď	8 960	sklo jenské	2 230
nikel	8 900	sklo prístrojové	2 400
olovo	11 341	sklo normálne	2 580
volfrám	19 300	olej minerálny	900 – 930
zinok	7 140	olej olivový	910
železo	7874	olej parafínový	800
mosadz	8 300 – 8 600	glycerín	1 260
oceľ chromoniklová	7 800 – 8 100	ortuť	13 546

Za odbornú náplň tohto vydania zodpovedá odborný redaktor prof. Ing. Dušan Pudiš, PhD.

Autori RNDr. Gabriela Tarjániová, PhD., Ing. Tomáš Mizera, PhD.

Názov **Návody k laboratórnym cvičeniam 1**

Vydala Žilinská univerzita v Žiline v EDIS-vydavateľstve UNIZA v roku 2023
ako svoju 4933. publikáciu

Vydanie prvé, publikované elektronicky

AH 10,14

ISBN 978-80-554-2044-8

Rukopis vo vydavateľstve neprešiel redakčnou ani jazykovou úpravou.

www.edis.uniza.sk