Problém: Aká je pravdepodobnosť, že žiadna z molekúl, ktorú vdýchnete pri nasledujúcom nádychu, nebola prítomná v poslednom výdychu *Iulia Caesara*, ktorý bol zavraždený v Ríme na zasadaní senátu 15. marca roku 44 p.n.l. ?

Riešenie: Predpokladajme, že molekuly vzduchu, ktoré Caesar naposledy vydýchol, sú stále prítomné v atmosfére Zeme a že za dve tisícročia od jeho smrti sa v nej stihli dostatočne rovnomerne rozptýliť. Potom pravdepodobnosť, že náhodne vybraná molekula našej dnešnej atmosféry bude Caesarova, je

$$p = \frac{V_v}{V_A}, \tag{1}$$

kde V_v je objem vzduchu v jeho výdychu a V_A je objem atmosféry Zeme. Pravdepodobnosť, že náhodne vybraná molekula vzduchu nebude Caesarova, je

$$q = 1 - p \tag{2}$$

a pravdepodobnosť, že žiadna molekula vo vašom nádychu nebude Caesarova, je

$$P = q^N = (1 - \frac{V_v}{V_A})^N, \tag{3}$$

kde N je počet molekúl vdýchnutých do vašich pľúc.

Pokúsme sa teraz stanoviť číselné hodnoty jednotlivých veličín, ktoré vystupujú v rovniciach (1) až (3). Odhadujeme, že typický objem ľudského výdychu (a teda i nádychu) je $V_v = 5$ litrov. Za normálnych podmienok 1 mol vzduchu, čiže $N_A = 6 \times 10^{23}$ molekúl, zaberá objem 22,4 litra. V typickom ľudskom nádychu/výdychu je teda

$$N = N_A \frac{V_v}{22,4\ell/\mathrm{mol}} = 6 \times 10^{23}\mathrm{mol}^{-1} \frac{5\ell}{22,4\ell/\mathrm{mol}} \cong 1 \times 10^{23}\text{molekúl}. \tag{4}$$

Objem zemskej atmosféry, keď h označíme jej hrúbku a R polomer Zeme, je

$$V_A = \frac{4}{3}\pi(R+h)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R^3[(1+\frac{h}{R})^3 - 1] = \frac{4}{3}\pi R^3[3\frac{h}{R} + O(\frac{h}{R})^2]. \tag{5}$$

Keďže $h \cong 10$ km $\ll R \cong 6 \times 10^3$ km, je

$$V_A \cong 4\pi R^2 h \cong 4 \times 10^{18}\mathrm{m}^3. \tag{6}$$

Teraz môžme vyčísliť P z rovnice (3):

$$P = \left(1 - \frac{5 \times 10^{-3}\mathrm{m}^3}{4 \times 10^{18}\mathrm{m}^3}\right)^{10^{23}} \cong \left(1 - \frac{10^2}{10^{23}}\right)^{10^{23}} \cong \mathrm{e}^{-10^2} \cong 4 \times 10^{-44}. \tag{7}$$

Z toho vyplýva, že pravdepodobnosť, že žiadna molekula vo vašom nasledujúcom nádychu nebola prítomná v poslednom výdychu Iulia Caesara, je prakticky nulová!

Takýto záver môže pôsobiť prekvapujúco. Prvotné pocity nedôvery sa však rozplynú ak si uvedomíme, že počet molekúl v poslednom výdychu je oveľa väčší ako počet pľúc, do ktorých by sa pomestil vzduch celej zemskej atmosféry. Takže je málo pravdepodobné, že pri rovnomernom rozptýlení Caesarových molekúl, by sa našli pľúca, v ktorých by sa tieto molekuly nevyskytovali.