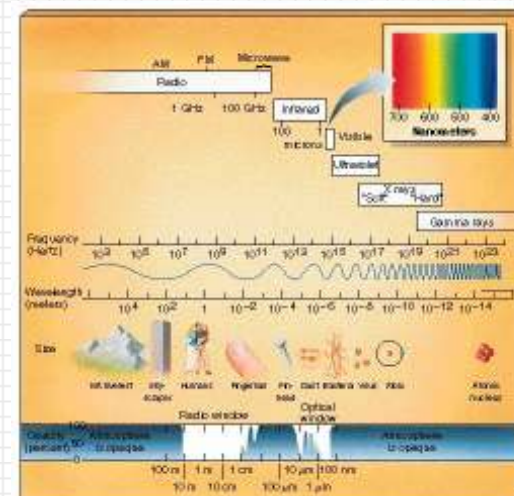


Elektromagnetické pole



Elektromagnetická vlna.

Maxwellove rovnice v integrálnom tvare a diferenciálnom tvare.

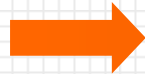
Vlnové rovnice pre E a B .

Vyjadrenie rýchlosti elektromagnetickej vlny.

Vlastnosti a znázornenie elmagn. vlny.

Elektromagnetická vlna

Pohyb náboja kde rýchlosť je periodickou funkciou času



B (magnetické)

E (elektrické)

(v čase sú tiež *periodické*,
šíria sa *konečnou rýchlosťou svetla - c*)



existencia *elektromagnetickej vlny* (určitá f a λ)



$$c = \lambda f$$

Prvé zmienky o elmag. vlnách Faraday a neskôr ich teoreticky dokázal *James Clerk Maxwell*. Experimentálne ich prvýkrát objavil Heinrich Hertz.

J. C. Maxwell



4 Maxwellove rovnice



Odvedenie vlnovej rovnice elmag. vlny pomocou Maxwellových rovníc

Maxwellove rovnice
(udávajú súvis medzi veličinami el. a mg. poľa) uvažujeme lineárne
prostredie, $q=0$

v diferenciálnom tvare

v integrálnom tvare

1. MR Gaussov zákon
v el. poli

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

2. MR Gaussov zákon
v mg. poli

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

3. MR Faradayov zákon

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

4. MR Ampérov zákon

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} - \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Pozn. Odvedenie vlnovej rovnice elmag. vlny pokračuje separáciou vektorov $\mathbf{E}$ a $\mathbf{H}$ z diferenciálneho tvaru MR 3 a 4. Pre jednoduchšie odvedenie môžeme využiť analógiu elmag. vlny s mechanickou vlnou a použiť vlnovú rovnicu mechanickej vlny.

Odvodenie vlnovej rovnice elmag. vlny z vlnovej rovnice pre mechanickú vlnu

$$y(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] \quad \text{Vlnová funkcia pre harmonickú mechanickú vlnu}$$

$$y(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \frac{v}{\lambda} t \right] \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

2x parciálne derivovať podľa t a podľa x

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= -k^2 A \sin(kx - \omega t) \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\xrightarrow{\text{green arrow}} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \xrightarrow{\text{green arrow}} \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}} \end{aligned}$$

Vlnová rovnica pre mechanickú vlnu

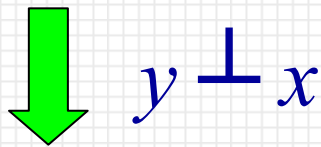
Vlna pre $\mathbf{E}$ a $\mathbf{B}$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, t)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(x, t)$$

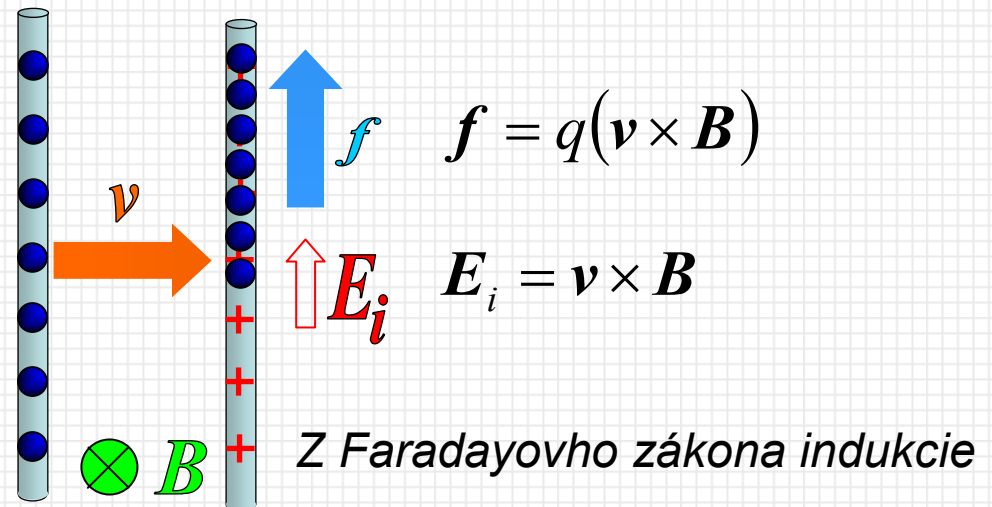
Harmonická mechanická vlna

$$y(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] \text{ Vlna sa šíri v smere } x, \text{ ale výchylky sú v smere } y$$



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_y(x, t)$$

$$\mathbf{B} = ? \begin{cases} \mathbf{B} = \mathbf{B}_y(x, t) \\ \mathbf{B} = \mathbf{B}_z(x, t) \end{cases}$$



Vlnová rovnica pre $\mathbf{E}$ a $\mathbf{B}$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

v ... je rýchlosť šírenia elmag. vlny

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}_y}{\partial t^2}$$

→ Vlnová rovnica pre $\mathbf{E}_y$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}_z}{\partial t^2}$$

→ Vlnová rovnica pre $\mathbf{B}_z$

$$E_y = E_0 \sin(k_e x - \omega_e t)$$

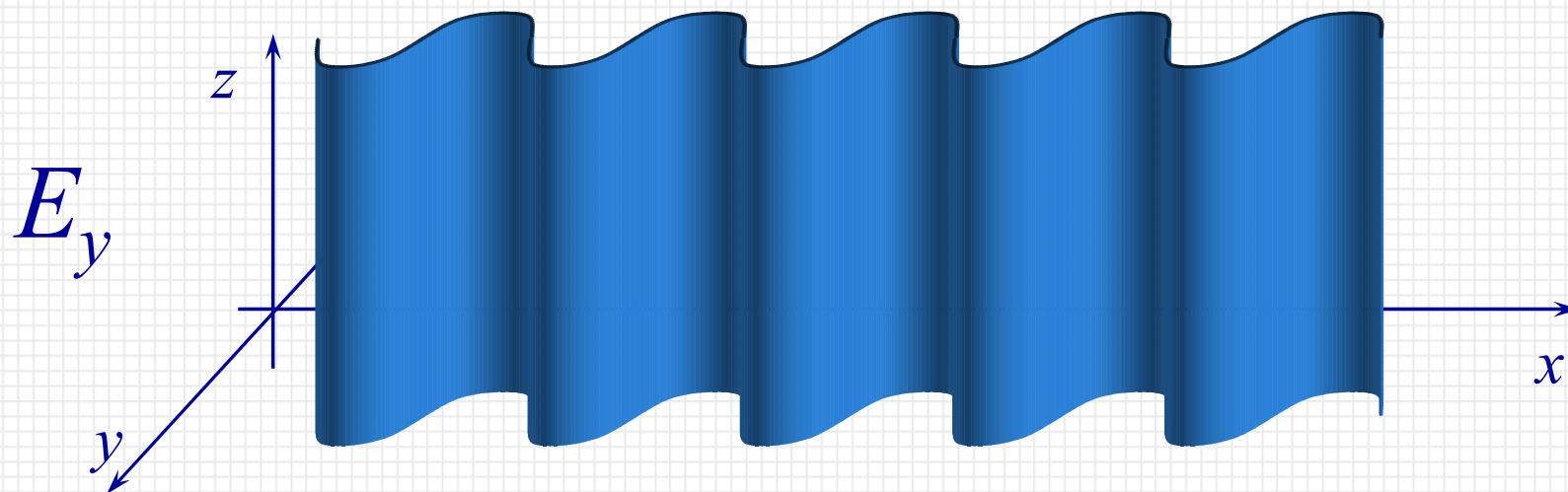
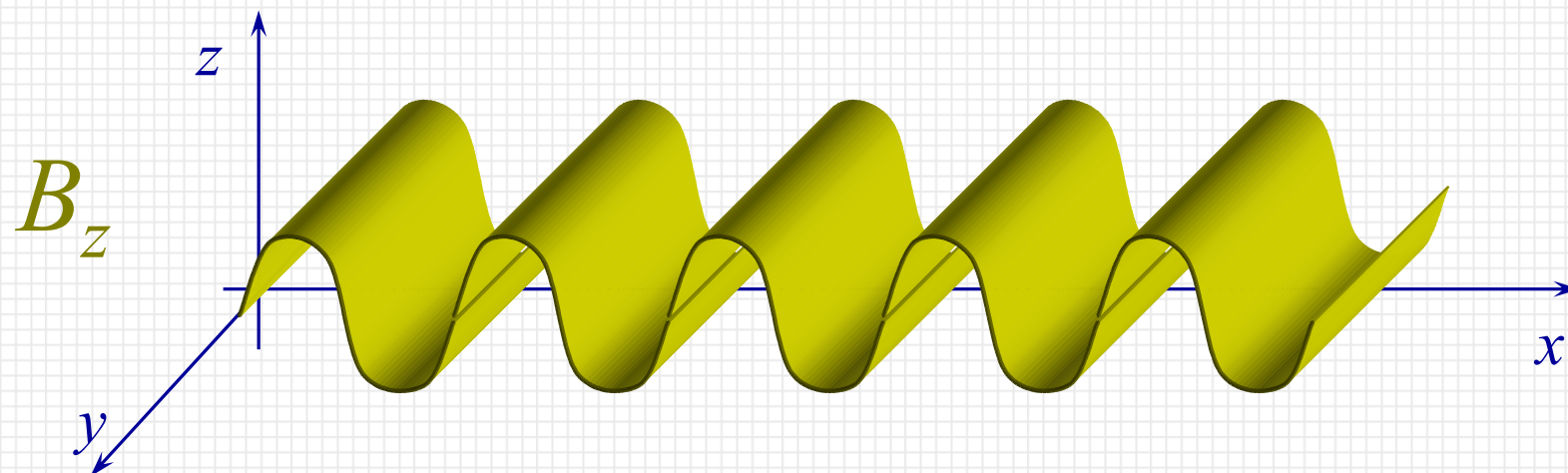
Harmonické riešenie vlnovej rovnice $\mathbf{E}_y$

$$B_z = B_0 \sin(k_b x - \omega_b t + \phi)$$

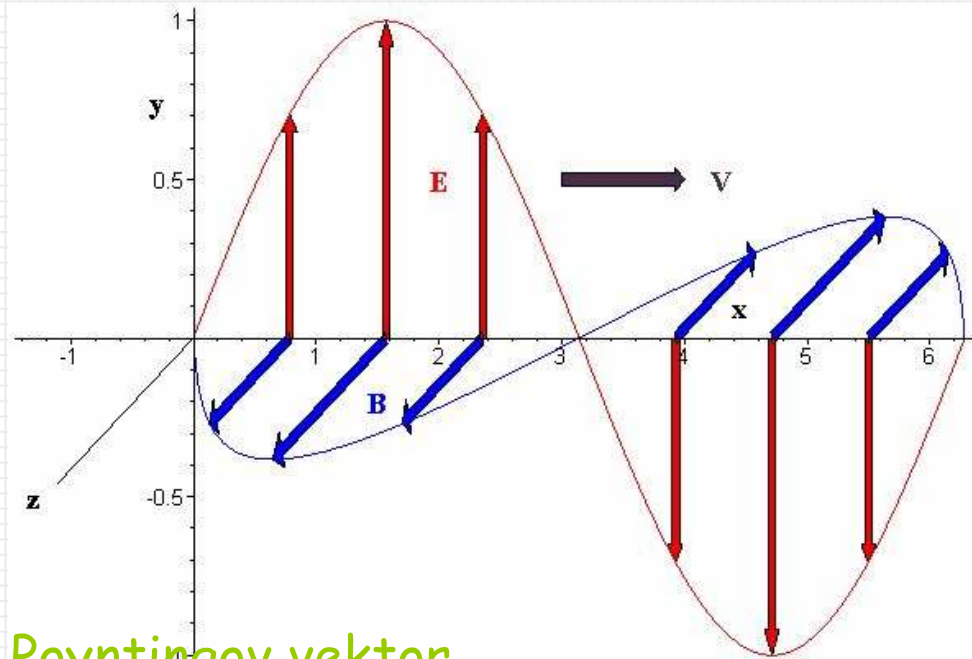
Harmonické riešenie vlnovej rovnice $\mathbf{B}_z$

Rovinná vlna $\mathbf{E}$ a $\mathbf{B}$

7



Šírenie elektromagnetickej vlny, Poyntingov vektor



Poyntingov vektor

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Poyntingov vektor vyjadruje
smer a hustotu toku energie

Zložky E_y a B_z šíriace sa pozdĺž x

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad v = c$$

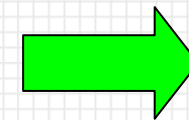
$$c = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

c ... je rýchlosť svetla vo vákuu

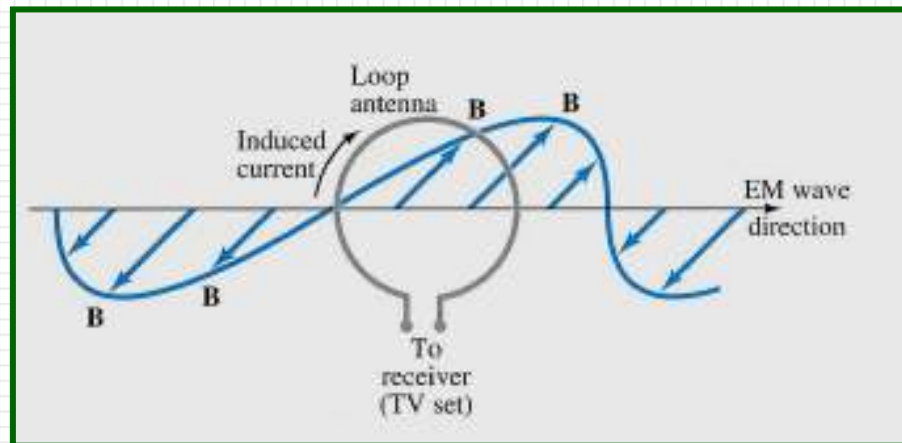
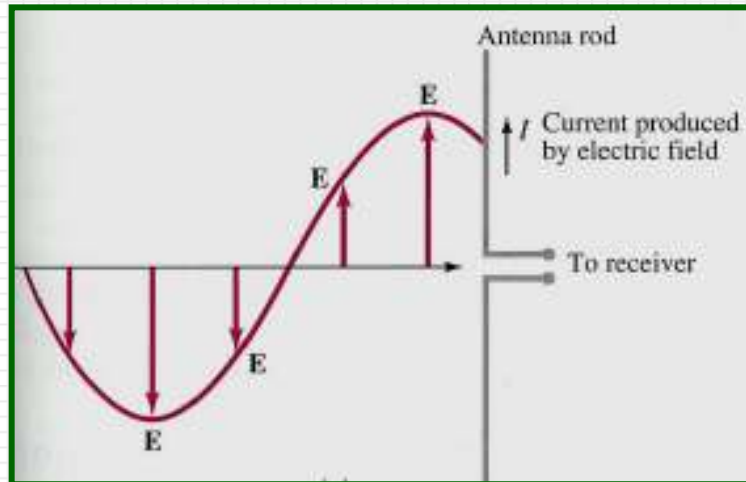


Svetlo je elektromagnetická vlna

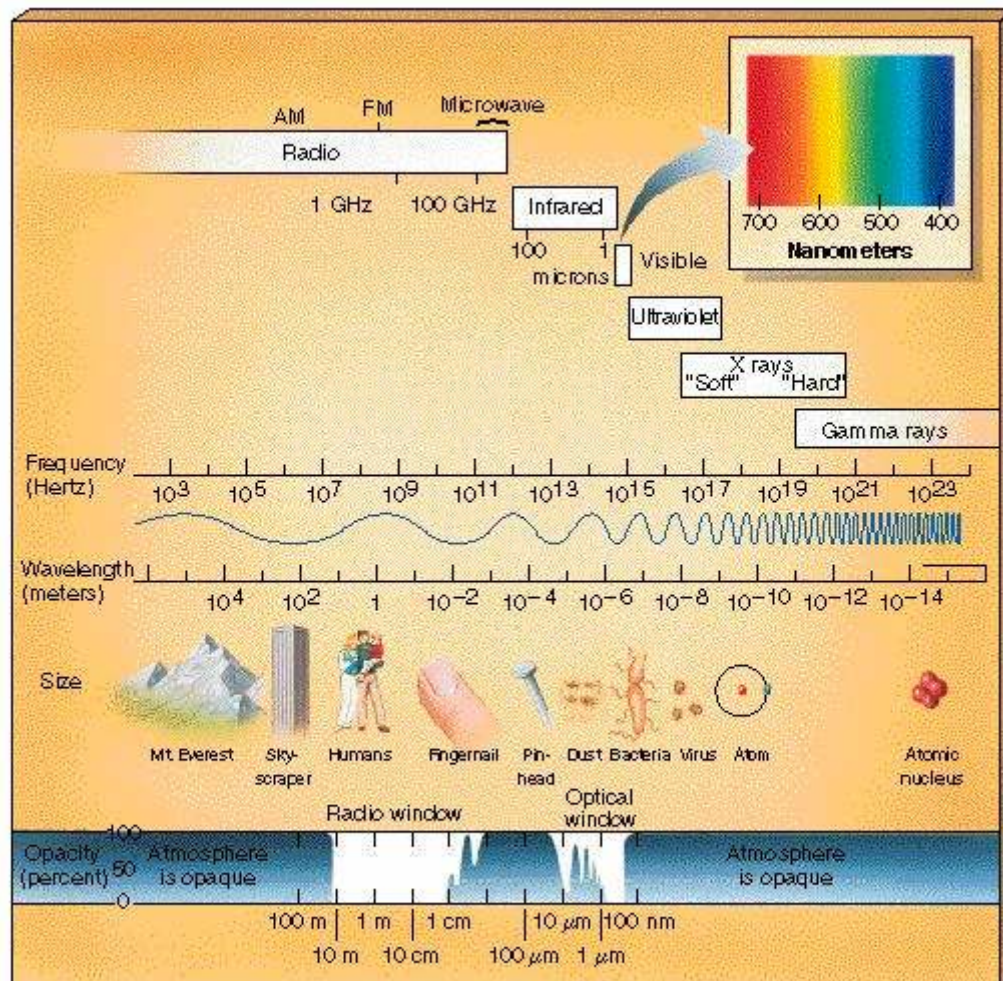
$$c = \frac{\lambda}{T} \longleftrightarrow f = \frac{1}{T}$$



$$c = \lambda f$$



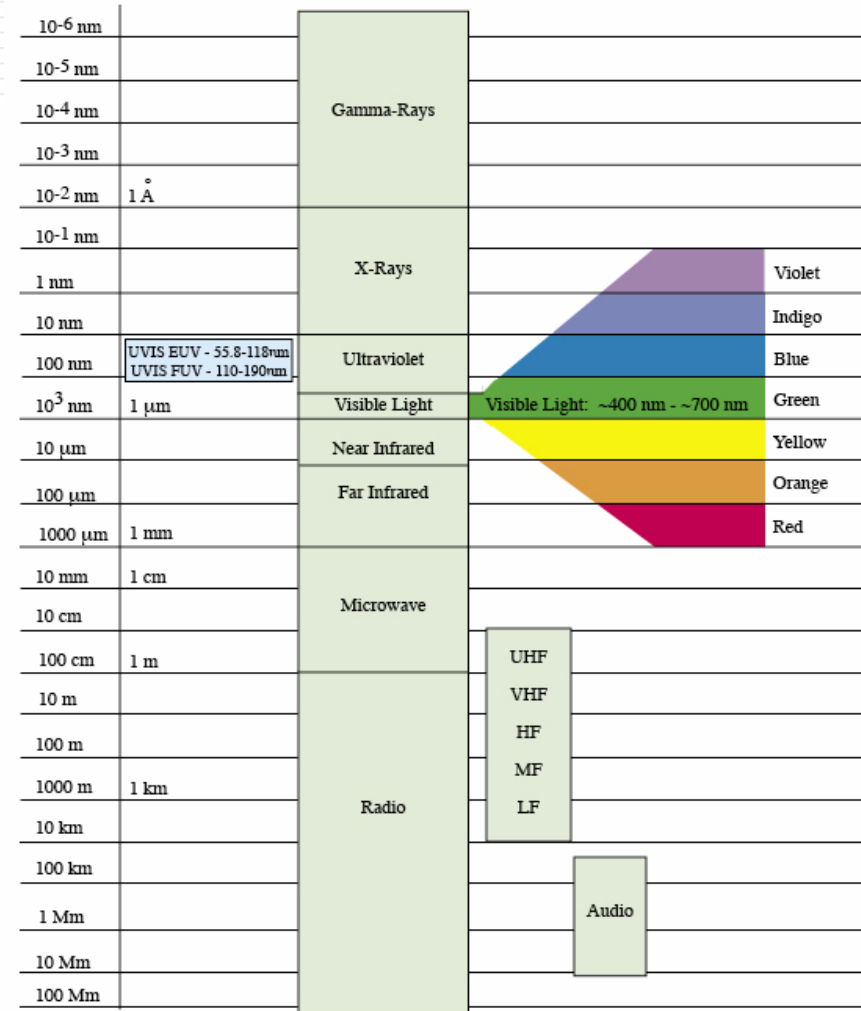
Elektromagnetické spektrum



10

The Electromagnetic Spectrum

Chart by LASP/University of Colorado, Boulder



nm=nanometer, Å=angstrom, μm=micrometer, mm=millimeter, cm=centimeter, m=meter, km=kilometer, Mm=Megameter