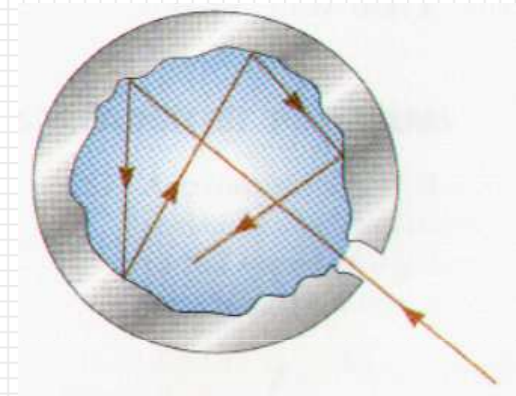




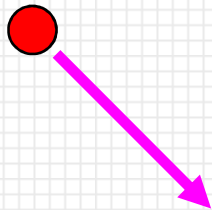
Fotoelektrický jav.
Comptonov jav.
Žiarenie absolútne čierneho telesa.
Planckov vyžarovací zákon.

Vlna alebo častica???

M. Planck A. Einstein
(1900, 1905)

**Častica
(fotón)**

p, E

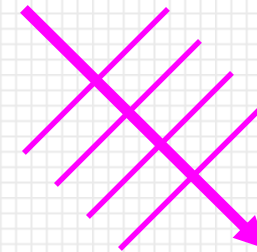


$$E = h\nu = h \frac{\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

Maxwell
(1820)

Vlna

k, ω



$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k$$



$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Planckova konštanta

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

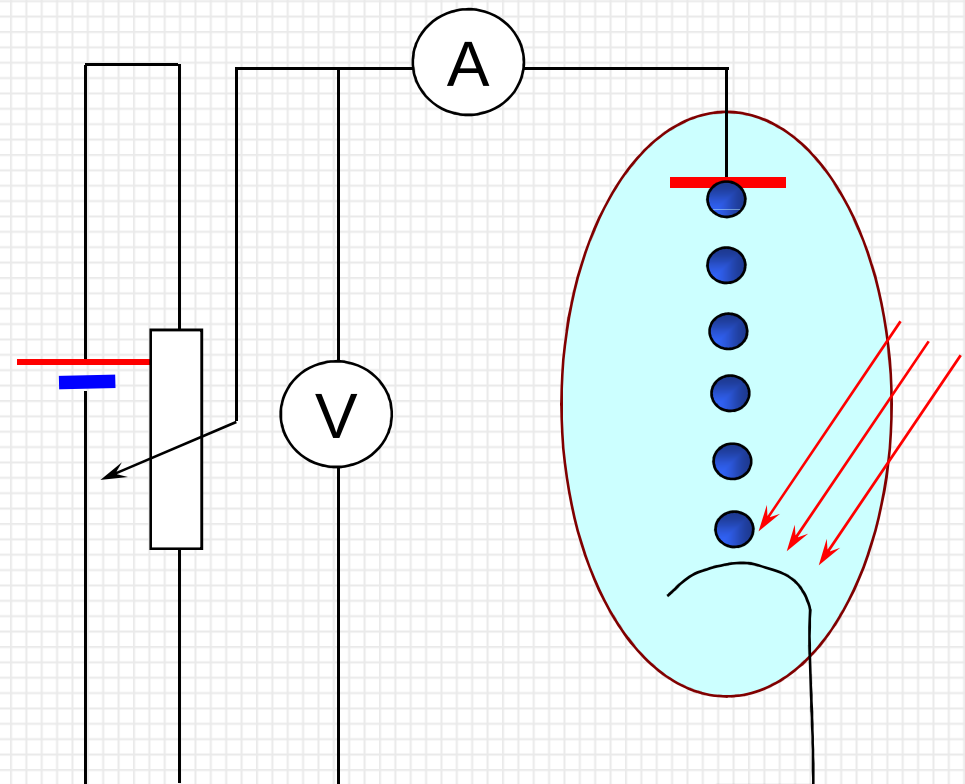
Kvantovanie energie, fotoelektrický jav

Svetlo je vyžarované v celočíselných násobkoch základného množstva energie, tzv. kvantách = **kvantovanie**. Toto bolo dokumentované **fotoelektrickým javom**.

Fotoelektrický jav – po dopade svetla na určité materiály (kovy a polovodiče) dochádza k uvoľňovaniu elektrónov za istých podmienok.

Pri experimente boli pozorované typické vlastnosti fotoelektrického javu:

- Energia vyletujúcich elektrónov nezávisí od intenzity, ale len od vlnovej dĺžky
- Uvoľňovanie elektrónov začína iba pre vlnové dĺžky, resp. frekvencie $\lambda < \lambda_{pr}$ (prahová).
- Od intenzity dopadajúceho žiarenia závisí množstvo uvoľnených elektrónov.



Fotoelektrický jav

Elektróny po uvoľnení z materiálu majú istú kinetickú energiu.
Pripojením opačného elektrického poľa sú brzdené.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_0 \quad U_0 \dots \text{je brzdný potenciál}$$

$$h\nu > \frac{1}{2}mv^2 \quad ? \quad \text{Kde sa stráca zvyšná energia?}$$

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

A ... je výstupná práca
elektrónov z materiálu

ν_0 ... prahová frekvencia

$h\nu < A$ Elektrón nemá dostatočnú energiu
na uvoľnenie z materiálu

$h\nu_0 = A$ Elektrón sa uvoľní ale s nulovou
kinetickou energiou

$h\nu > A$ Časť energie elektrónu sa premení
na kinetickú energiu

Výstupná práca niektorých materiálov

Prvok	Výstupná práca A (eV)
Aluminum (Al)	4.08
Calcium (Ca)	2.9
Carbon (C)	4.81
Cesium (Cs)	2.1
Cobalt (Co)	5.0
Copper (Cu)	4.7
Gold (Au)	5.1
Iron (Fe)	4.5
Magnesium (Mg)	3.68
Mercury (Hg)	4.5
Nickel (Ni)	5.01
Platinum (Pt)	6.35
Selenium (Se)	5.11
Silver (Ag)	4.73
Sodium (Ag)	2.28
Uranium (U)	3.6
Zinc (Zn)	4.3

Fotoelektrický jav

Milikanove experimenty (1916) ...určenie konštanty h/e

Ak na elektródy je priložené brzdné napätie rovné kinetickej energii elektrónu, tak platí:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_0$$

$$h\nu = eU_0 + A$$

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

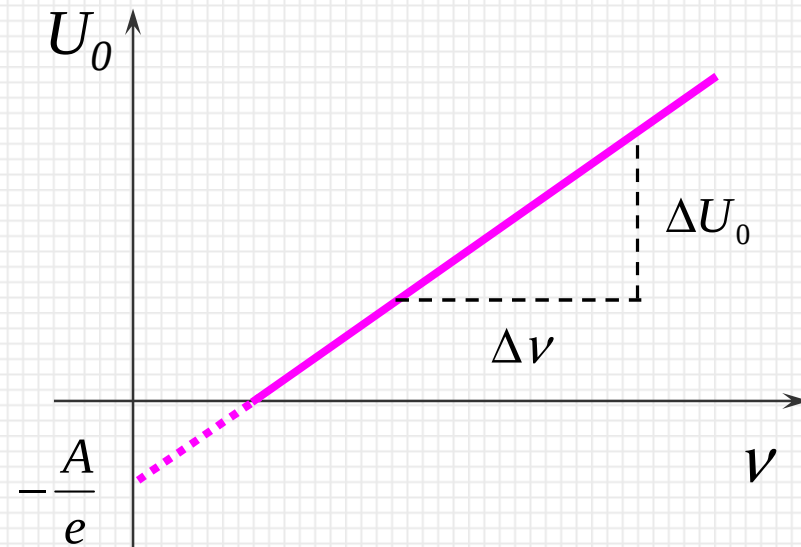
$$U_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e} \longleftrightarrow y = ax + b$$

$$\frac{dU_0}{d\nu} = \frac{h}{e}$$

$$\frac{\Delta U_0}{\Delta \nu} = \frac{h}{e}$$

$$h = e \frac{\Delta U_0}{\Delta \nu}$$

$$h = \text{etg} \alpha$$

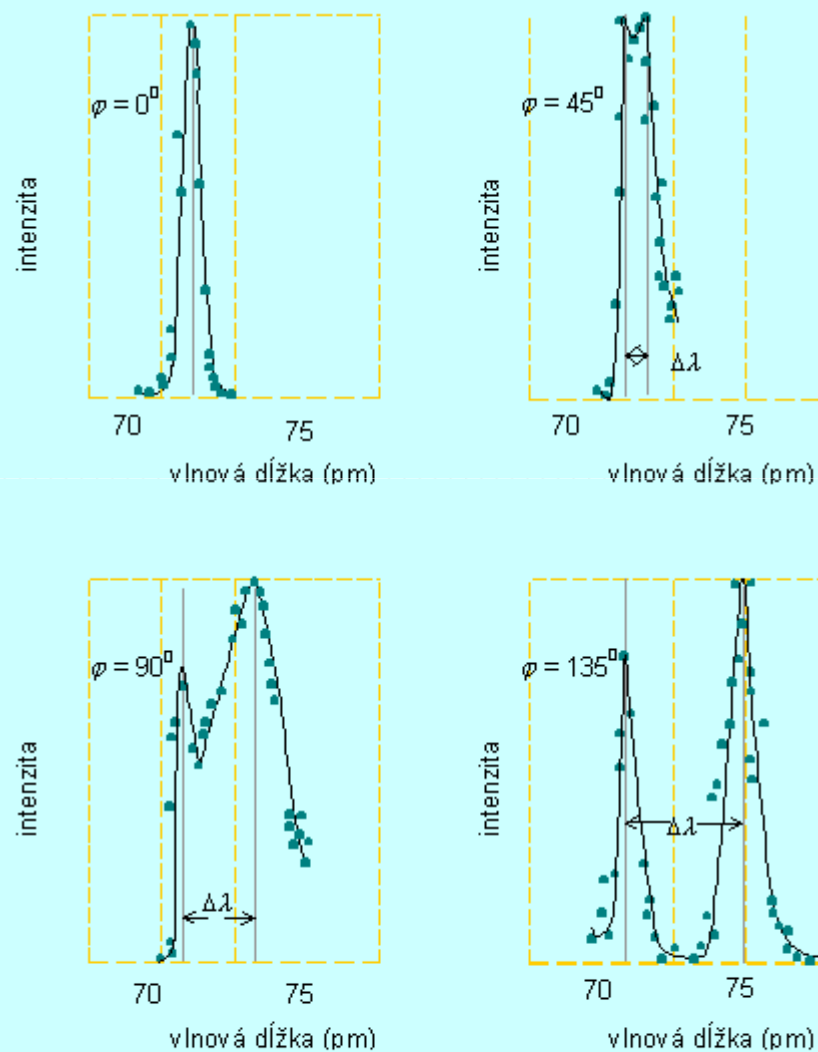


Comptonov jav

7

Vo svojom experimente nechal dopadať zväzok röntgenových lúčov s vlnovou dĺžkou $\lambda = 71,1 \text{ pm}$ na uhlíkový terč a skúmal intenzitu rozptýlených röntgenových lúčov terčom do priestoru. Závislosť intenzity rozptýleného fotónu od vlnovej dĺžky pre štyri rozptylové uhly φ je na obrázkoch.

($\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$)



Obr. 13.1.4.1 Comptonov rozptyl

Comptonov jav

$$1) \quad \frac{hc}{\lambda} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \quad \text{Zákon zachovania energie}$$

$$2) \quad \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + p \cos \varphi \quad \text{Zachovanie hybnosti v smere osi x}$$

$$3) \quad 0 = p \sin \varphi - \frac{h}{\lambda'} \sin \theta \quad \text{Zachovanie hybnosti v smere osi y}$$



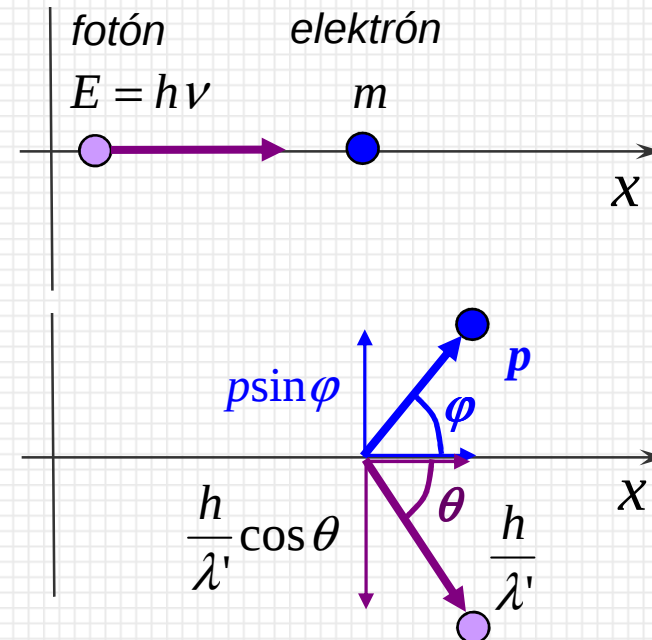
Návod: a) 1) $-hc/\lambda'$; $1)^2$
 b) $2)^2 + 3)^2$
 c) vyjadriť p^2 z b) a dosadiť do a)

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ Posun k väčšej vlnovej dĺžke

Maximálny posun pre $\theta = 180^\circ$

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$$



Svetelné kvantum - fotón

Zhrnutie: Fotoelektrický jav a Comptonov jav sú v rozpore s vlnovou predstavou svetla. Nárast rýchlosti emitovaných elektrónov je v dôsledku rastúcej frekvencie. Podľa Maxwellovej teórie však energia svetelného lúča závisí od intenzity a nie od frekvencie.

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

Vysvetlením je Einsteinova hypotéza, že svetlo je **tok svetelných kvánt** tzv. **fotónov**. Ich energia je:

$$E = h\nu$$

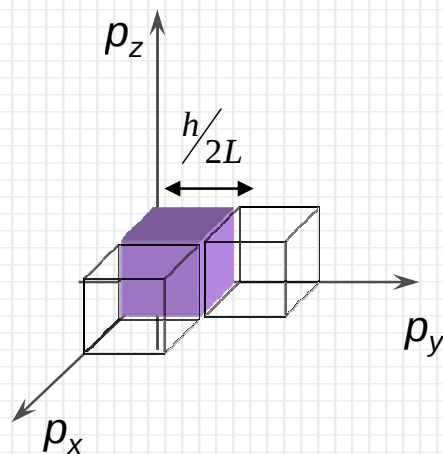
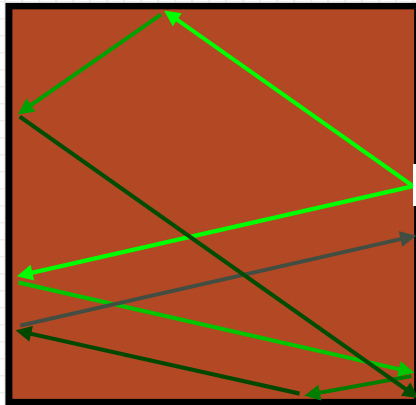
Táto hypotéza neneguje vlnovú teóriu, len ju dopĺňa. Svetlo teda v istých javoch sa prejavuje **korpuskulárnymi** vlastnosťami a inde zase **vlnovými**. To je tzv. **dualizmus korpuskulárnych a vlnových vlastností**.

Prepočet vlnovej dĺžky a energie: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$$E[\text{eV}] = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{\lambda[\mu\text{m}] \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}} \approx \frac{1,24}{\lambda[\mu\text{m}]}$$

Žiarenie absolútne čierneho telesa (1)

10



Celkový počet stavov v objeme celý objem/objem 1 stavu:

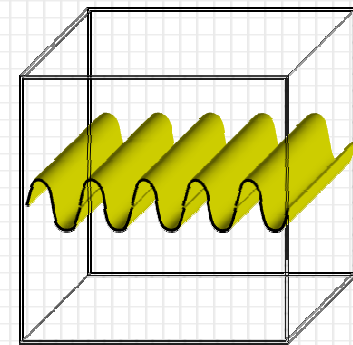
Žiarenie dopadajúce cez otvor sa viacnásobnými odrazmi úplne absorbuje. Absolútne čierne teleso potom vyžaruje len žiarenie v dôsledku prijímanej energie.

$$f(\nu) = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{Bose-Einsteinova rozdeľovacia funkcia pre fotóny}$$

$$n \frac{\lambda}{2} = L$$

$$n \frac{h}{2p} = L \Rightarrow p = \frac{h}{2L} n$$

$$p_x = \frac{h}{2L} n_x, \quad p_y = \frac{h}{2L} n_y, \quad p_z = \frac{h}{2L} n_z$$



Každý stav má teda objem: $\left(\frac{h}{2L}\right)^3$

Element objemu dV v ktorom sa počítajú stavy:

$$dV = 4\pi p^2 dp$$

$$dN_0 = \frac{4\pi p^2 dp}{\left(\frac{h}{2L}\right)^3} 2 \frac{1}{8}$$

- 2 lineárne polarizované vlny
- len kladné $p \Rightarrow$ len kladný kvadrant (1/8)

Žiarenie absolútne čierneho telesa (2)

$$dN_0 = \frac{8\pi p^2 dp}{\left(\frac{h}{L}\right)^3}$$

$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$

$dp = \frac{h}{c} d\nu$

$$dN_0 = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} L^3 d\nu$$

Počet fotónov

$$dn_0 = \frac{dN_0}{L^3} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$$

Hustota fotónov

$$dn_0 = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Hustota fotónov z intervalu I frekvencie $\nu + d\nu$

$$u(\nu)d\nu = dn_0 \cdot h\nu$$

Hustota energie z intervalu frekvencie $\nu + d\nu$

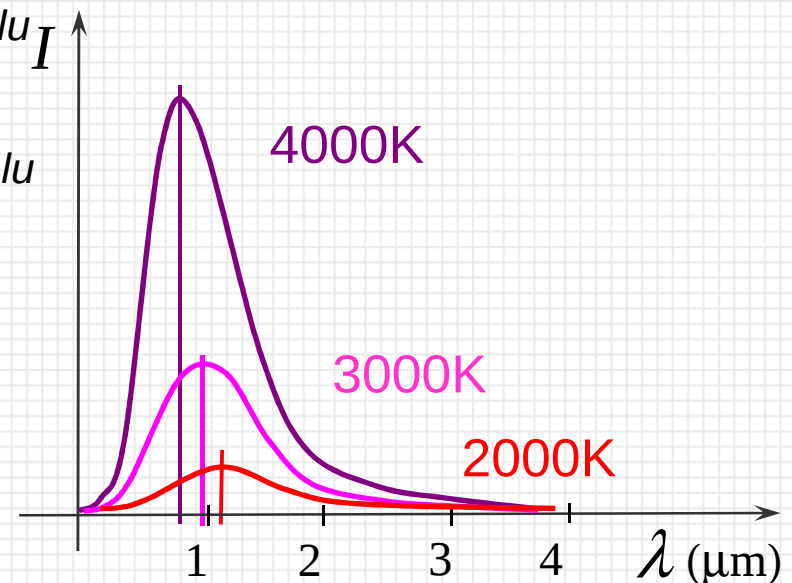
$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Planckov vyžarovací zákon



Max Planck

| 1858 - 1947 |



Rayleighov-Jeansov zákon

$$h\nu < kT \quad u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx 1 + \frac{h\nu}{kT} - 1 = \frac{h\nu}{kT}$$

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu$$

Rayleighov-Jeansov zákon

Rayleighov-Jeansov zákon známy ako **ultrafialová katastrofa**, pretože pre malé λ (veľké ν) hodnota vyžarovanej energie diverguje.

(Pozn. RJ zákon predchádzal Planckovmu zákonu, ale nezodpovedal realite. Vylepšil ho až Planckov zákon.)



Wienov posuvný zákon

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \quad |d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} |d\lambda| \quad \longrightarrow \quad u(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} d\lambda$$

$$\frac{du(\lambda)}{d\lambda} = 0$$

Transcendentná rovnica:

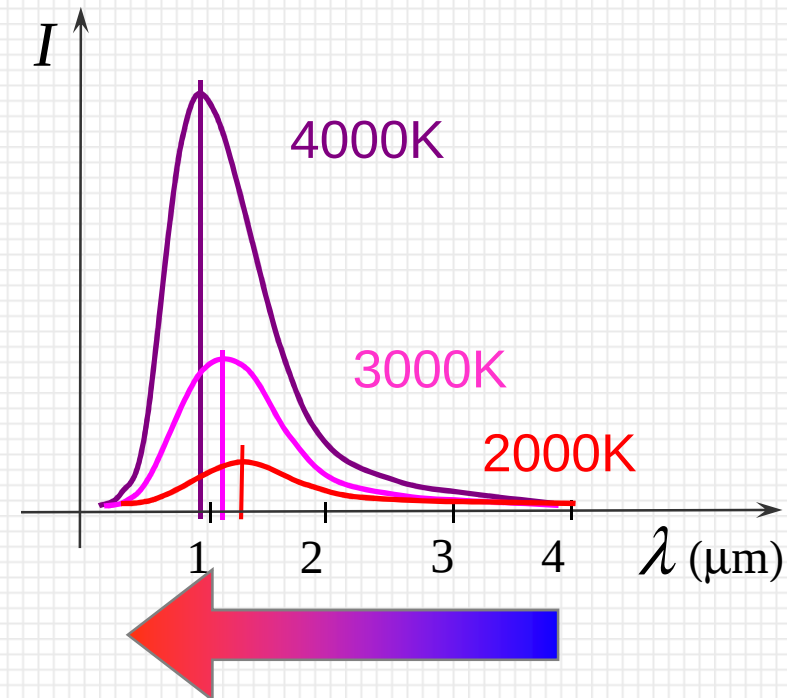
$$xe^x = 5(e^x - 1) \quad \text{kde} \quad x = \frac{hc}{\lambda kT}$$

Jej koreň je pre $x=4,9562$ (vid' simulácia Matlab). Potom platí:

$$\lambda_{\max} T = \frac{hc}{4,965k} = 0,00288$$

$$\lambda_{\max} T = 0,00288$$

Wienov posuvný zákon



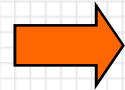
S rastúcou teplotou sa posúva maximum vyžarovanej energie ku kratším vlnovým dĺžkam.

Stefan-Boltzmanov zákon

$$u = \int_0^{\infty} u(\nu) d\nu$$

Celková vyžiarená hustota energie v celom spektrálnom rozsahu

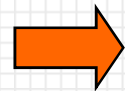
1) V prípade klasickej teórie RJ zákon



$$u = \int_0^{\infty} \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu$$

Výsledok integrálu dáva nekonečnú hodnotu, pretože pre veľké ν diverguje (ultrafialová katastrofa).

2) V prípade Planckovho zákona



$$u = \int_0^{\infty} \frac{8\pi h \nu^3}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} d\nu = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3} T^4$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

$$u = \sigma T^4$$

$$\sigma \dots 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Stefan-Boltzmanova konštanta

Stefan-Boltzmanov zákon

$$H = e \sigma S T^4$$

Tepelný tok

$0 < e < 1$... Emisivita charakterizujúca povrch
 S Plocha povrchu

Príklad na šírenie tepla žiarením

Určite tok tepla medzi holou hlavou plešatého muža ($t=37^{\circ}\text{C}$) a okolím s teplotou a) $t_1=20^{\circ}\text{C}$ a b) $t_2=-40^{\circ}\text{C}$.

$$H = e\sigma ST^4$$

$$S = 4\pi r^2 \quad \text{Polomer hlavy je približne } r=120\text{mm}$$

$$H = 1.5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4} \cdot 0,2\text{m}^2 \left[(310\text{K})^4 - (T_1)^4 \right]$$

a) Pre t_1 je tok tepla.

$$H = 20\text{W}$$

a) Pre t_2 je tok tepla.

$$H = 70\text{W}$$