

Magnetické pole

Základné magnetické javy, magnetické pole.

Vektor magnetickej indukcie.

Vodič prúdu v magnetickom poli

Zákon Biotov-Savartov.

Zvláštne prípady výpočtu B

- a) v strede kruhového závitu*
- b) v okolí nekonečne dlhého priameho vodiča,*
- c) na osi závitu*

Vzájomné pôsobenie vodičov pretekaných prúdom.

Ampérov zákon.

Aplikácie Ampérovho zákona

Magnetický indukčný tok, magnetické indukčné čiary.

Vektor magnetizácie magnetika.

Vektor intenzity mag. poľa - zavedenie, jednotka a rozmer.

Látky paramagnetické a diamagnetické.

Feromagnetické látky, hysteréza slučka, vlastnosti a význam.



Magnetizmus (antické mesto Magnésia dnes Mánesa v Turecku)

Thales z Milétu (6 stor. pred n.l.) – FeO a Fe_2O_3 známe ako magnetit a magnetovec
„tieto podivné predmety majú silu priťahovať železo“

Prvé objavy mg. vlastností sa teda spájajú s permanentným magnetom.
Tieto objavy patria vôbec medzi prvé vedecké objavy ľudstva.

Grécki filozofi sa domnievali, že el. a mg. sily majú rovnakú podstatu.

Bližšie poznanie magnetizmu zostávalo iba v rovine použitia.

Napr. kompas už 3 tis. pred n.l. používali Číňania na navigáciu ale zemský magnetizmus bol objavený až v 16. stor. Wiliamom Gilbertom (r. 1600 „De Magnete ...“)

Elektrina a magnetizmus navzájom spolu nesúvisia, pretože el. nabitý predmet nepôsobí na permanentný magnet (magnet a elektrizovaný jantár)

Všetky magnetické efekty sú dôsledkom

pohybu el. nábojov (prúdov)

Potom **magnetizmus** je neoddeliteľnou súčasťou
všeobecnejšieho fenoménu **elektromagnetizmus**

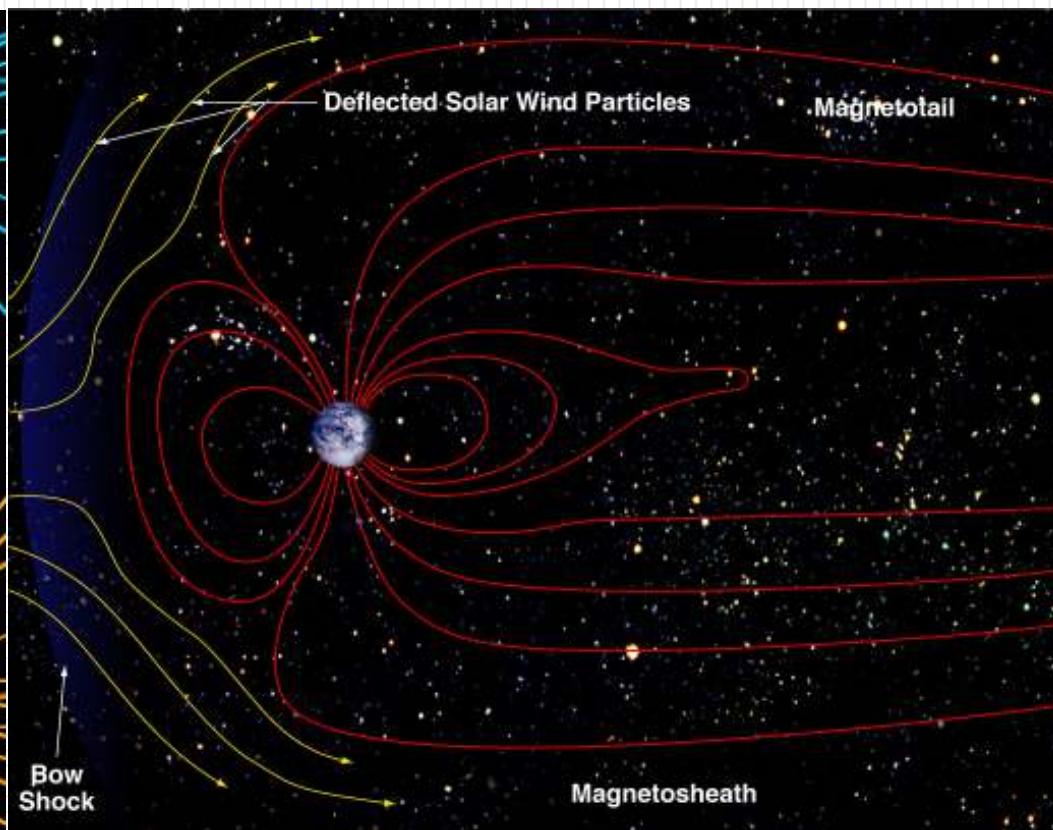
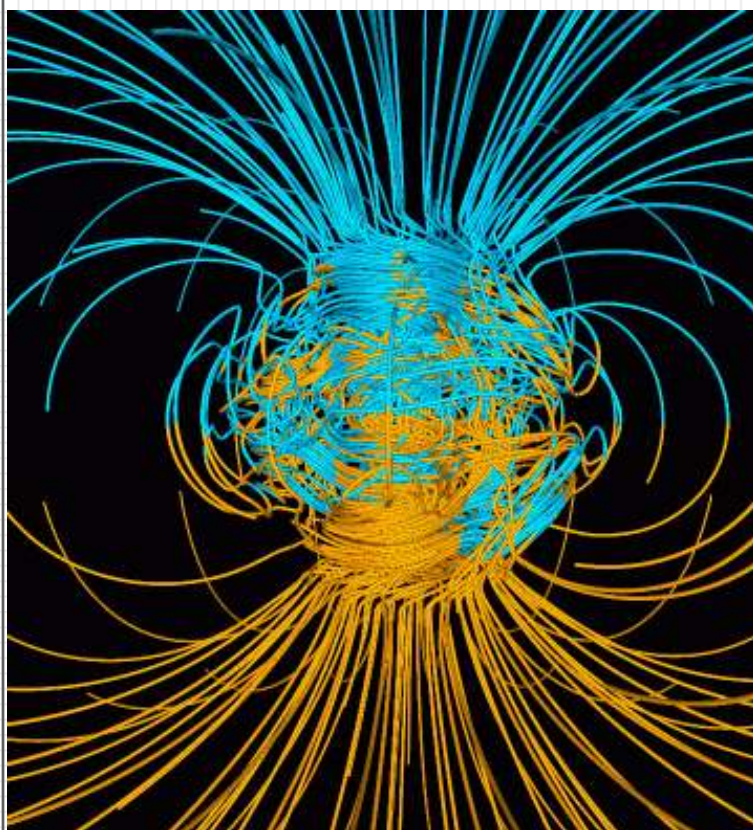
Hans Christian Oersted (1819/20)

Oersted, H. C.: Experiment on the effects on the magnetic needle,
Annals of Philosophy **16**, (1820)



Magnetické pole Zeme

3



Indukcia magnetického poľa

V el. poli pôsobí na **statický náboj** el. sila (Coulombov zákon)

V mg. poli na statický náboj nepôsobí žiadna sila, ale pôsobí **na náboj v pohybe**.

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{len mg. pole}$$

$$f = qvB \sin \alpha \quad d\mathbf{f} = dq(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

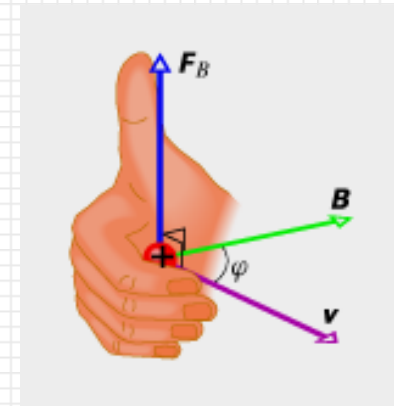
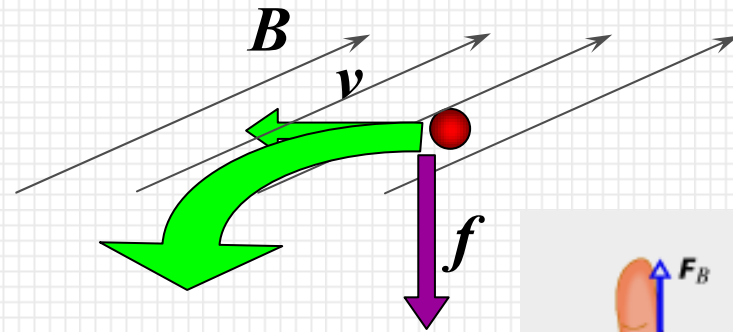
el. + mg. pole ... **Lorentzova sila**

B ... vektor indukcie mg. poľa

Jednotka indukcie mg. poľa:

$$[\mathbf{B}] = 1T = \text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1} \quad \text{Tesla}$$

Mg. indukcia 1T je v tom bode mg. poľa, kde by na náboj veľkosti 1C pohybujúci sa rýchlosťou 1ms^{-1} pôsobila sila 1N.



Náboj pohybující sa v mg. poli

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{f} = q((\mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y) \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{f} = q((\mathbf{v}_x \times \mathbf{B}) + (\mathbf{v}_y \times \mathbf{B}))$$



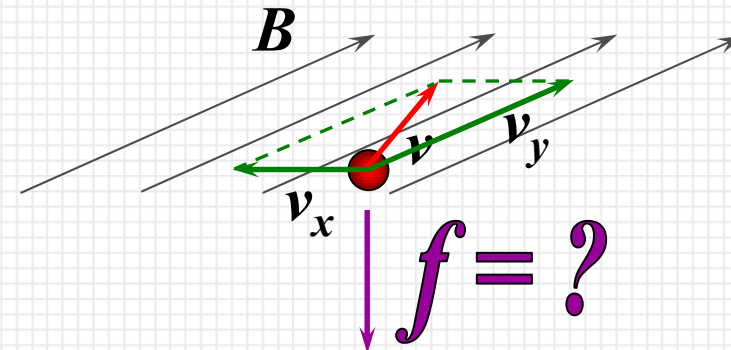
$$\mathbf{v}_y \times \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v}_x \times \mathbf{B})$$

Sila mg. poľa na náboj pohybujúci sa v mg. poli je určená zložkou rýchlosti premietnutou do smeru kolmého na smer poľa.

Príklady mg. polí

Povrch neutronovej hviezdy	10^8 T
Blízko veľkého elektromagnetu	$1,5 \text{ T}$
Blízko malého tyčového magnetu	10^{-2} T
Na povrchu Zeme	10^{-4} T
V mezihviezdném priestore	10^{-10} T
Nejnižšia hodnota v magnetickej stínenej miestnosti	10^{-14} T



Prúdovodič v magnetickom poli, Ampérova sila

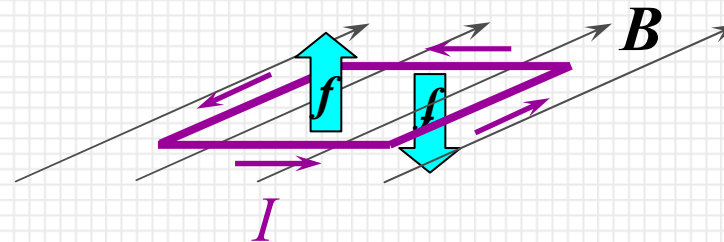
Účinky mg. poľa na pohybujúci sa náboj sú ekvivalentné na vodič s prúdom

$$dq\mathbf{v} = Idt\mathbf{v} \quad \longrightarrow \quad = Id\mathbf{s}$$

$$\boxed{d\mathbf{f} = dq(\mathbf{v} \times \mathbf{B})} \quad \longrightarrow \quad \boxed{d\mathbf{f} = Id\mathbf{s} \times \mathbf{B}} \quad \text{Ampérova sila}$$

$$\boxed{\mathbf{f} = \oint Id\mathbf{s} \times \mathbf{B}} \quad \boxed{\mathbf{f} = -I \oint \mathbf{B} \times d\mathbf{s}}$$

? Uzavretý vodič



Nenulový je však jej otáčavý účinok

$$\boxed{\mathbf{M} = \oint \mathbf{r} \times (Id\mathbf{s} \times \mathbf{B})}$$

$$\boxed{\mathbf{M} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B}}$$

Biot-Savartov zákon

Indukcia mg. poľa, ktorého zdrojom je vodič pretekaný prúdom.

Element vodiča je zdrojom mg. poľa podobne ako statický náboj zdroj el. poľa

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \mathbf{r}$$

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

Biot-Savartov zákon

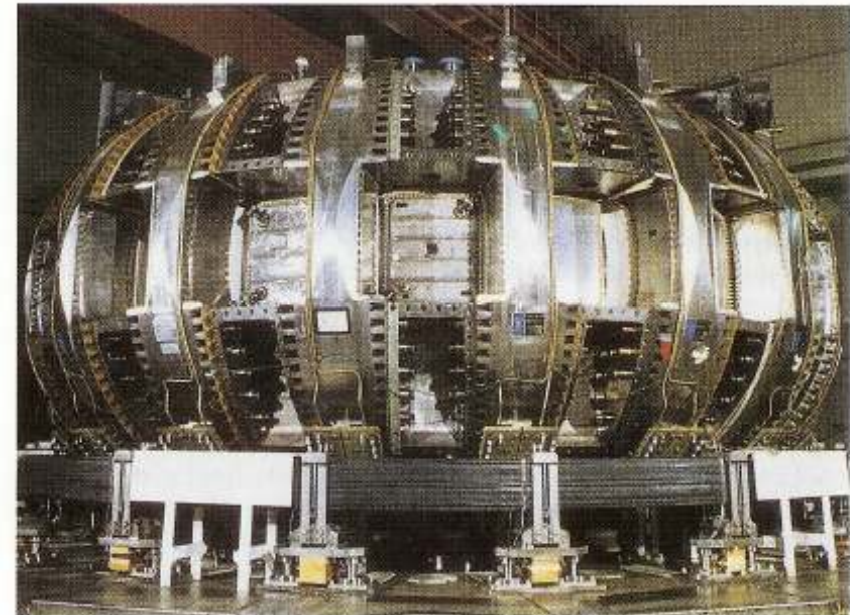
umožňuje počítať pole v okolí ľubovoľného prúdovodiča.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

μ_0 ... magnetická konštanta
(permeabilita vákua)

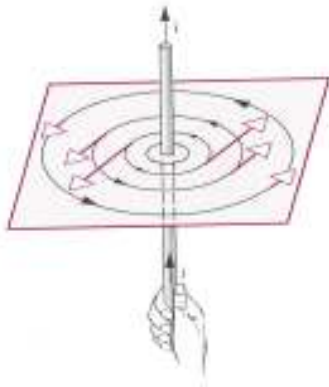
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ A}^{-2} \text{ kgms}^{-2}$$

Tokamak – toroid generujúci mg. pole 5.2T v intervale 3s. Vodičom tečie prúd okolo 73 kA.



Magnetické pole v okolí nekonečně dlouhého přímého vodiče

Určíte hodnotu indukce mg. pole vo vzdialenosti a od nekonečně dlouhého vodiče.



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \longrightarrow = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds r \sin \beta}{r^3}$$

$$r = \frac{a}{\sin \beta}$$

$$s = r \cos \beta = \frac{a}{\sin \beta} \cos \beta$$

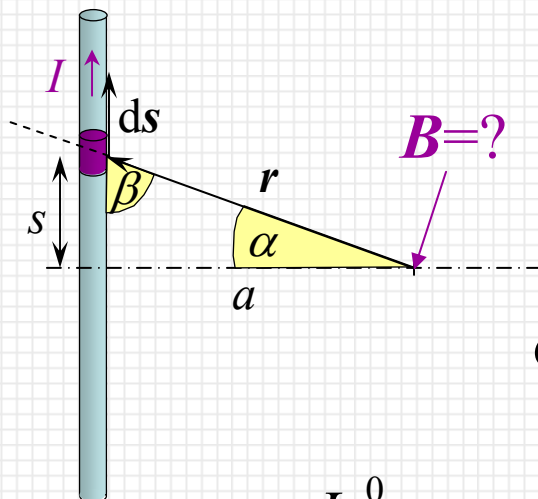
$$ds = -\frac{a}{\sin^2 \beta} d\beta$$

$$\sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \beta$$

$$dB = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \beta}{a} d\beta$$

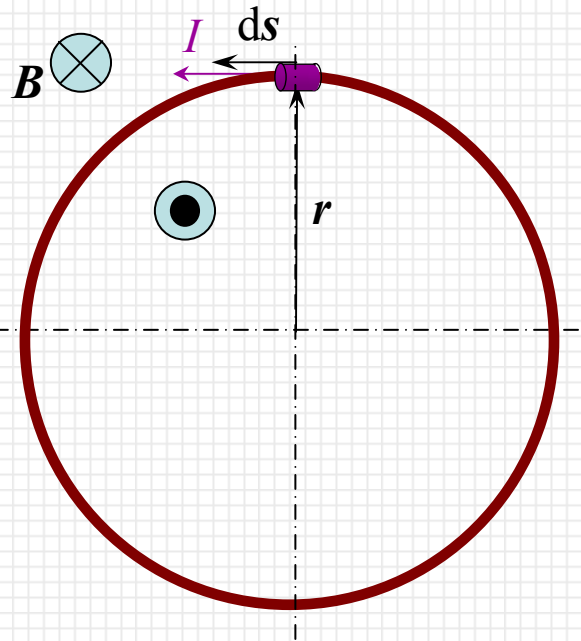
$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\pi}^0 \sin \beta d\beta \longrightarrow = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [\cos \beta]_{\pi}^0$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



Magnetické pole v strede kruhového závitu

Určite hodnotu indukcie mg. poľa v strede závitu s polomerom R .

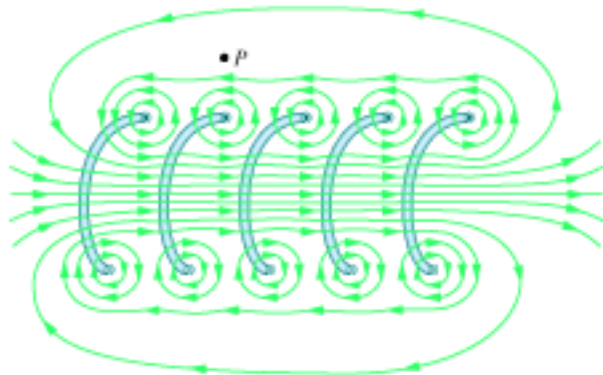


$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \xrightarrow{d\mathbf{s} \perp \mathbf{r}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds r}{r^3}$$

$$r = R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} ds \xrightarrow{\quad} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} [s]_0^{2\pi R}$$

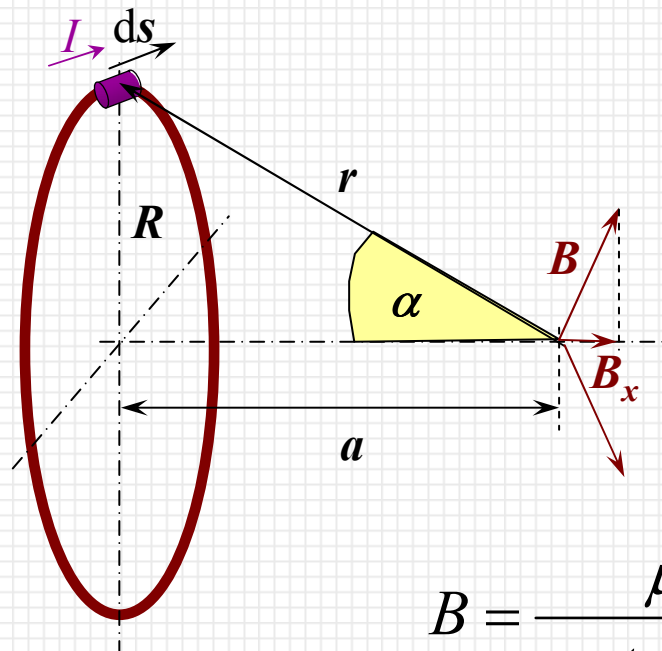
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



Siločiary mg. poľa v solenoide
(niekoľko kruhových závitov)

Magnetické pole na osi kruhového závitu

Určíte hodnotu indukcie mg. poľa na osi závitu s polomerom R vo vzdialenosti a .



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

$d\mathbf{s} \perp \mathbf{r} \quad \Rightarrow \quad = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds r}{r^3}$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds}{r^2} \frac{R}{r}$$

$r = \sqrt{R^2 + a^2} \quad \Rightarrow \quad = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I R ds}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi R} ds$$

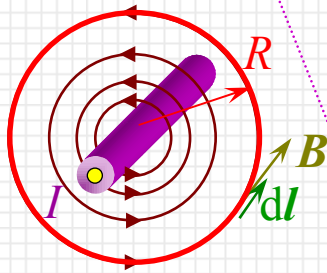
$\Rightarrow \quad = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} [ds]_0^{2\pi R}$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ampérov zákon

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Pole v okolí nekonečne dlhého priameho vodiča



$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$? Vzťah medzi magnetickým poľom vytvoreným prúdovodičom a prúdom po uzavretej dráhe charakterizuje **Ampérov zákon**

Prípád nekonečne dlhého vodiča

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \longrightarrow = \oint B dl \longrightarrow = B \oint dl \longrightarrow = B(2\pi R)$$

$$B(2\pi R) = \mu_0 I$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

Ampérov zákon

Elektrické pole

Magnetické pole

$$\mathbf{E} = k \frac{Q}{r^2} \mathbf{r}^0$$

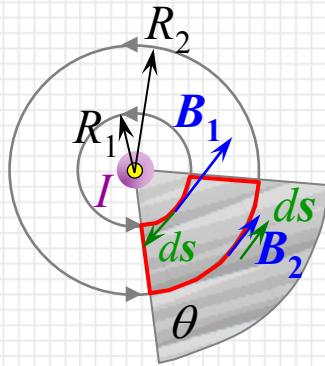
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

Pozn. Ampérov zákon je ekvivalent Biot-Savartovho zákona v mg. poli, podobne ako Gaussova veta ekvivalent Coulombovho zákona v el. poli

Aplikácie Ampérovho zákona

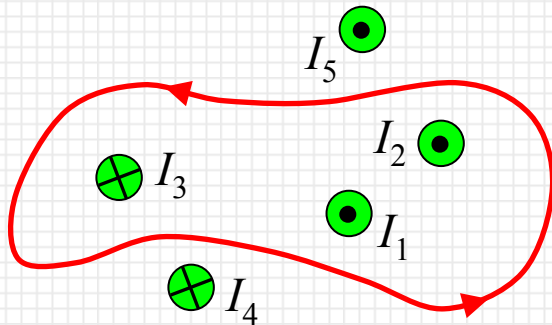


Vodič nepretína plochu ktorú uzatvára integračná krivka

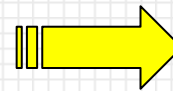
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B_2 s_2 - B_1 s_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} R_2 \theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} R_1 \theta$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Pozn. Stačí uvažovať oblúčové úseky lebo na zvyšných priamych úsekoch je $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \sum i$$

$$I = +I_1 + I_2 - I_3$$

Aplikácie Ampérovho zákona

Určenie indukcie aj vnútri vodiča

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum i$$

$$\sum i = JS = J\pi R^2 = \frac{I}{\pi a^2} \pi R^2 = \frac{IR^2}{a^2}$$

$$B2\pi R = \mu_0 I \frac{R^2}{a^2}$$

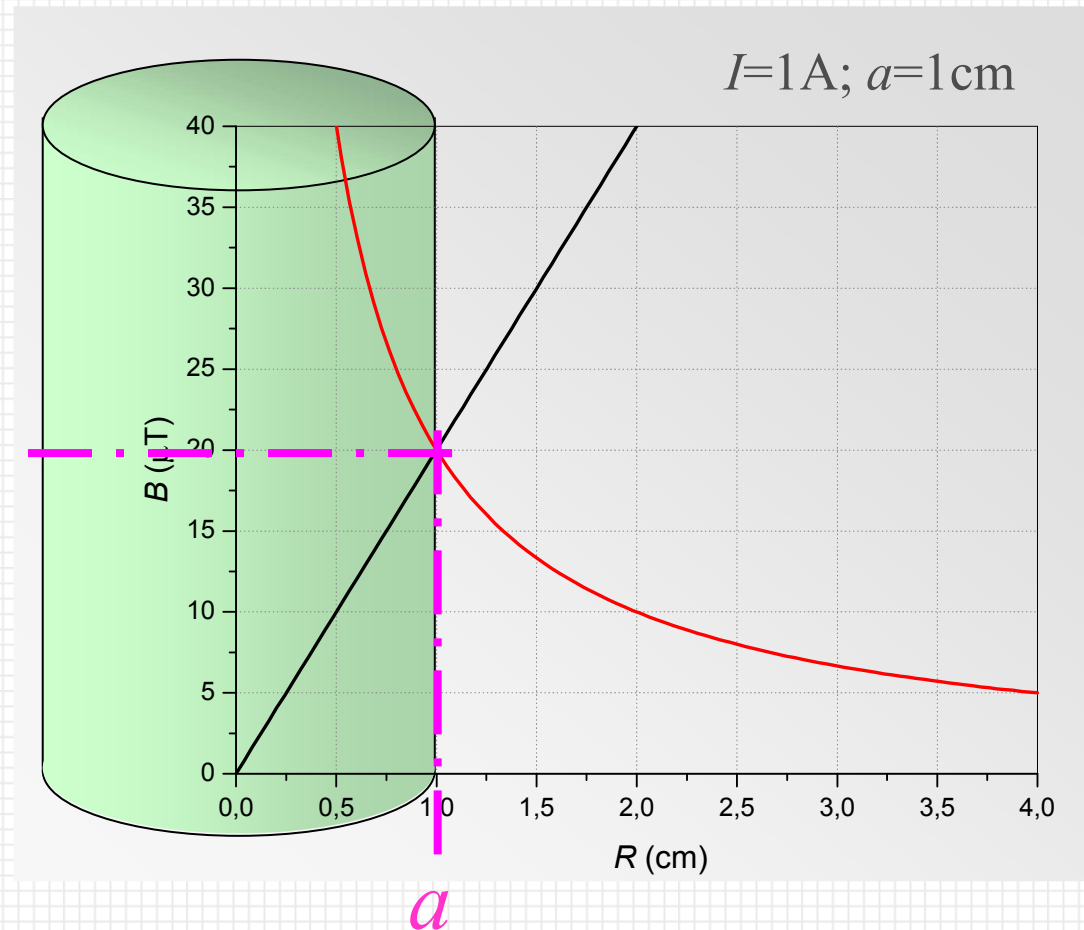
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$R < a$$

$$B = \frac{\mu_0 IR}{2\pi a^2}$$

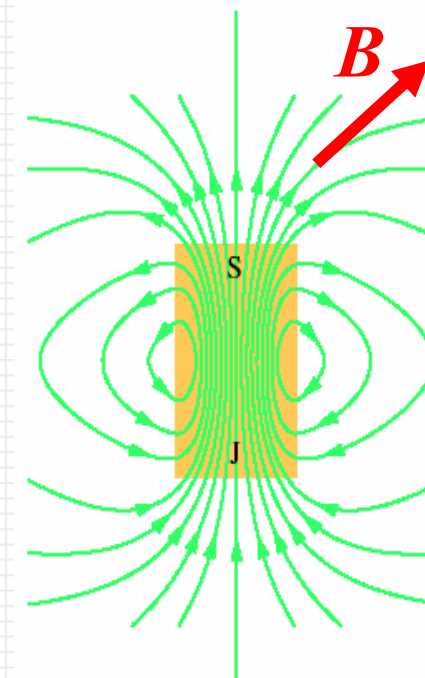
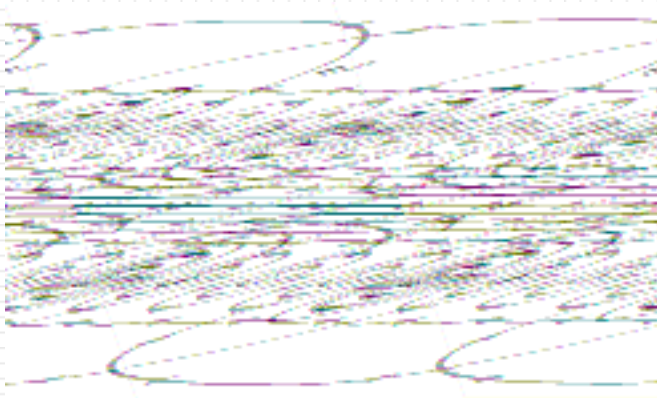
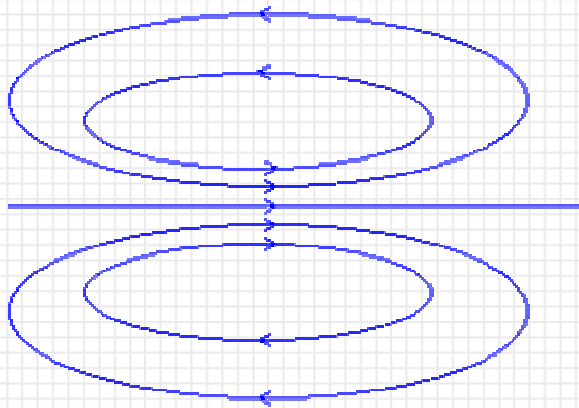
$$R > a$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



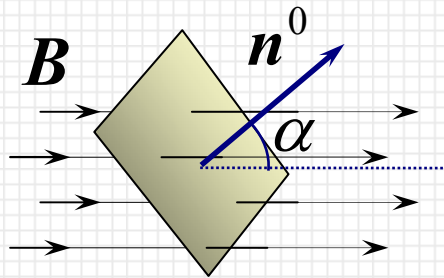
Indukčné čiary magnetického poľa

Siločiarly mg. poľa alebo mg. **indukčné čiary** sú krivky, ktorých dotyčnice v každom bode sú rovnobežné s vektorom magnetickej indukcie **B** . V grafickom zobrazení sa na krivky nanášajú šípky udávajúce smer magnetickej indukcie **B** . V miestach s väčšou hustotou magnetických indukčných čiar je veľkosť magnetickej indukcie vyššia. Indukčné čiary sú vždy **uzatvorené**.



Magnetický indukčný tok

V *magnetickom poli*
magnetický indukčný tok ... Φ



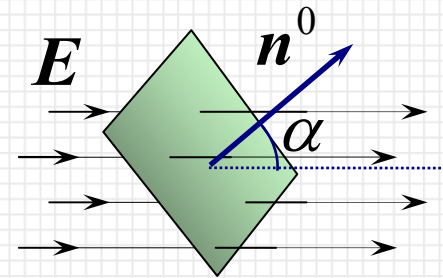
$$d\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Jednotka ... *1 Weber (Wb)*

$$[\Phi] = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ Tm}^2$$

V *elektrickom poli*
tok vektora intenzity ... T

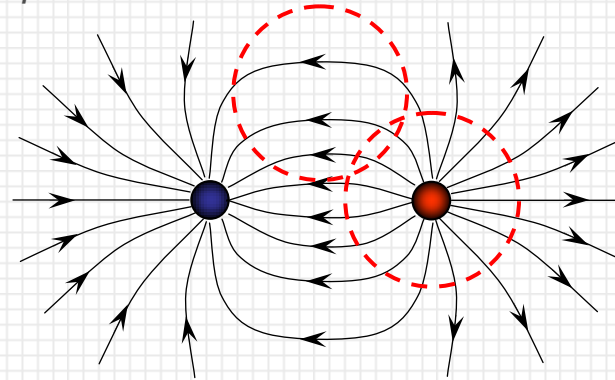


$$dT = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Gaussov zákon pre magnetickú indukciu

Tok vektora intenzity cez uzavretú plochu v el. poli

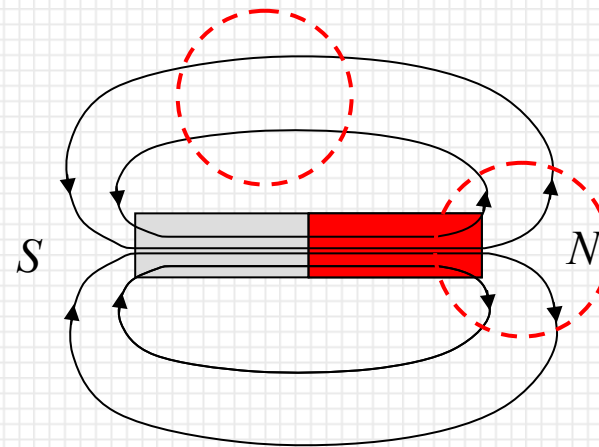
$$T = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Magnetický indukčný tok cez uzavretú plochu v mg. poli

$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = ?$$

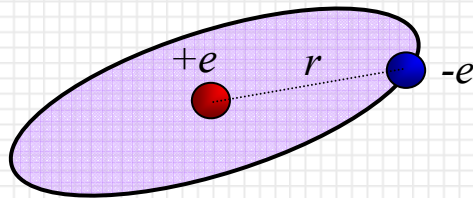
Akokoľvek zvolíme Gaussovu plochu indukčné čiary poľa vždy do nej vchádzajú a aj vychádzajú. Potom celkový magnetický indukčný tok je **nulový**



$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Kým v el. poli náboj je akýmsi „monopólom“, tak v mg. poli taký ekvivalent neexistuje. Potom najjednoduchším zdrojom mg. poľa je dipól

Magnetické pole v látkovom prostredí, intenzita (mikroskopická teória)



Na rozdiel od el. poľa nevznikajú dipóly ale dochádza ku vzniku alebo zmene orientácie elementárnych prúdov v atómoch. Tieto elementárne prúdy pohybujúcich sa elektrónov vytvárajú

magnetický dipólový moment

$$\mathbf{m} = I\mathbf{S}$$

$$\bar{I} = \frac{e}{T} = e \frac{v}{2\pi r}$$

$$\mathbf{m} = \bar{I}\pi r^2 = \frac{evr}{2}$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$$

Intenzita mg. poľa

$$[\mathbf{H}] = 1 \text{ Am}^{-1}$$

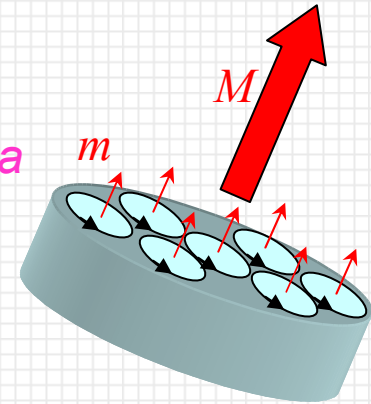
Charakterizuje mg. pole v látkovom prostredí. Vo vákuu nemá zvláštny zmysel. Je to pomocný vektor pre mg. polia v látke.

Vektor magnetizácie (makroskopická teória)

V mg. poli $\mathbf{B}$ je snaha o natočenie dipólov $\mathbf{m}$ v smere $\mathbf{B}$.

Celkový magnetický moment od všetkých atómov v objeme je **magnetizácia**

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\sum_i \mathbf{m}_i}{\Delta\tau} \quad \text{alebo} \quad \mathbf{M} = n\mathbf{m} = nI\mathbf{S}$$



Ampérov zákon pre mg. pole

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I_M)$$

$$\oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = I_M \quad \text{prídavné mg. pole}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(I + \oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} \right)$$

$$\oint \underbrace{\left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right)}_{\mathbf{H}} \cdot d\mathbf{l} = I$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$$

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$$

$$\mu \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \chi \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_r = 1 + \chi$$

χ ... Magnetická susceptibilita

μ_r ... relatívna permeabilita

Látky v mg. poli

Elementárnymi nositeľmi mg. vlastností materiálov sú **atómy**

Paramagnetické látky

molekulárne prúdy aj bez mg. poľa. V mg. poli sa pootočia tak aby vektory polí zvierali minimálny uhol. Tým pole zosilňujú.

$$\mu > \mu_0 \quad \chi > 0$$

Diamagnetické látky

molekulárne prúdy nie sú bez mg. poľa. V mg. poli sa elementárne molekulárne prúdy začínajú vytvárať ale pootočia tak, že pole zoslabujú.

$$\mu < \mu_0 \quad \chi < 0$$

Feromagnetické látky

Napr. Fe, Ni, Co resp. ich zliatiny a pri nízkych teplotách, Gd, Sm, Dy

Vlastnosti:

Permeabilita feromagnetických látok nie je konštantná

Magnetizácia sa udrží aj po odstránení príčiny jej vzniku

Diamagnetiká	$-\chi \cdot 10^6$	Paramagnetiká	$\chi \cdot 10^6$
Voda	9	Hliník	24
Kuchynská soľ	14	Titán	71
Ortuť	29	Platina	264
Zlato	36	Urán	400
Bizmut	166	Kyslík (kvapalný)	3620

Feromagnetické látky, magnetická hysteréza

Vlastnosti sa merajú závislosťou B od H pre daný materiál

