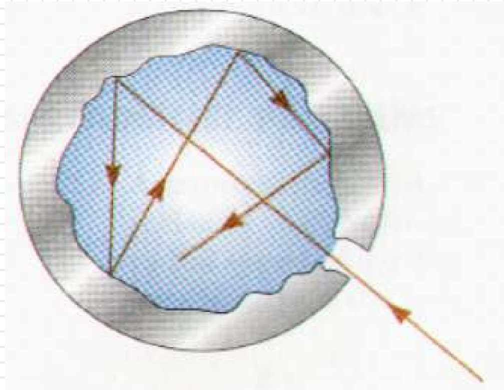


Fotoelektrický jav.
Comptonov jav.
Žiarenie absolútne čierneho telesa.
Planckov vyžarovací zákon.

Vlna alebo častica???

M. Planck A. Einstein
(1900, 1905)

Častica (fotón)

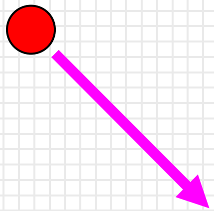
Maxwell
(1820)

Vlna

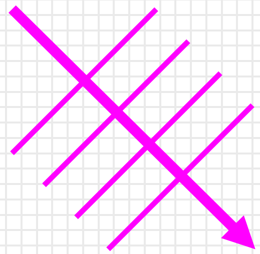
$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

p, E

k, ω



$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



$h = 6{,}625 \,.\, 10^{-34}\ Js$

Planckova konštanta

$$E = h\nu = h\frac{\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}054.10^{-34}\ Js$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}k = \hbar k$$

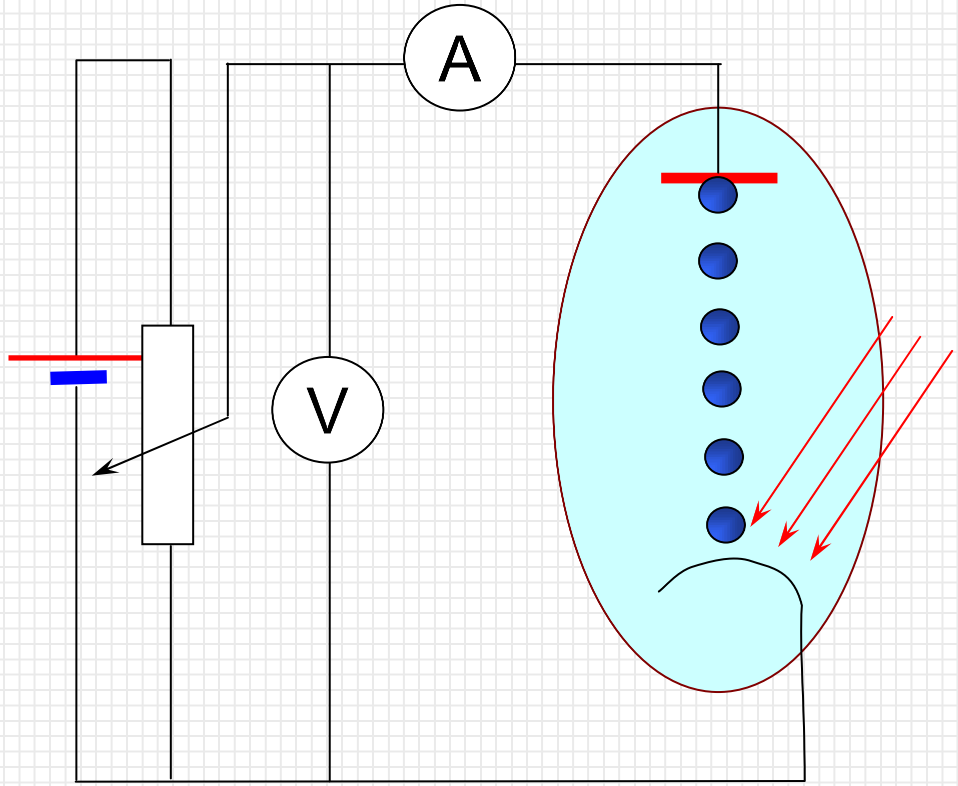
Kvantovanie energie, fotoelektrický jav

Svetlo je vyžarované v celočíselných násobkoch základného množstva energie, tzv. kvantách = kvantovanie. Toto bolo dokumentované fotoelektrickým javom.

Fotoelektrický jav – po dopade svetla na určité materiály (kovy a polovodiče) dochádza k uvoľňovaniu elektrónov za istých podmienok.

Pri experimente boli pozorované typické vlastnosti fotoelektrického javu:

- *Energia vyletujúcich elektrónov nezávisí od intenzity, ale len od vlnovej dĺžky*
- *Uvoľňovanie elektrónov začína iba pre vlnové dĺžky, resp. frekvencie $\lambda < \lambda_{pr}$ (prahová).*
- *Od intenzity dopadajúceho žiarenia závisí množstvo uvoľnených elektrónov.*



Fotoelektrický jav

Elektróny po uvoľnení z materiálu majú istú kinetickú energiu.
Pripojením opačného elektrického poľa sú brzdené.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_0$$

U_0 ... je brzdný potenciál

$$h\nu > \frac{1}{2}mv^2$$

? Kde sa stráca zvyšná energia?

$$\boxed{h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A}$$

A ... je výstupná práca elektrónov z materiálu

ν_0 ... prahová frekvencia

$h\nu < A$ Elektrón nemá dostatočnú energiu na uvoľnenie z materiálu

$h\nu_0 = A$ Elektrón sa uvoľní ale s nulovou kinetickou energiou

$h\nu > A$ Časť energie elektrónu sa premení na kinetickú energiu

Výstupná práca niektorých materiálov

Prvok	Výstupná práca A (eV)
Aluminum (Al)	4.08
Calcium (Ca)	2.9
Carbon (C)	4.81
Cesium (Cs)	2.1
Cobalt (Co)	5.0
Copper (Cu)	4.7
Gold (Au)	5.1
Iron (Fe)	4.5
Magnesium (Mg)	3.68
Mercury (Hg)	4.5
Nickel (Ni)	5.01
Platinum (Pt)	6.35
Selenium (Se)	5.11
Silver (Ag)	4.73
Sodium (Ag)	2.28
Uranium (U)	3.6
Zinc (Zn)	4.3

Fotoelektrický jav

Milikanove experimenty (1916) ...určenie konštanty h/e
Ak na elektródy je priložené brzdné napätie rovné kinetickej energii elektrónu, tak platí:

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = eU_0}$$

$$\boxed{h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A}$$

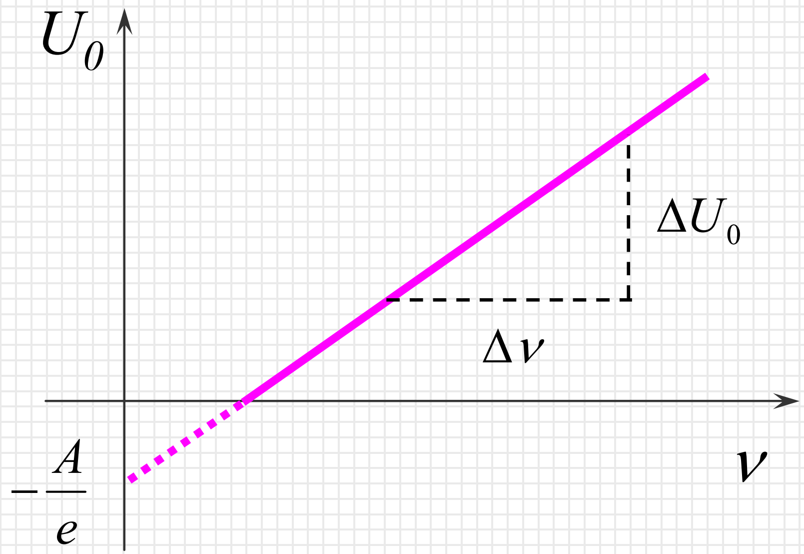
$$h\nu = eU_0 + A$$

$$U_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e} \quad \Leftrightarrow \quad y = ax + b$$

$$\frac{\mathrm{d}U_0}{\mathrm{d}\nu} = \frac{h}{e}$$

$$\frac{\Delta U_0}{\Delta \nu} = \frac{h}{e}$$

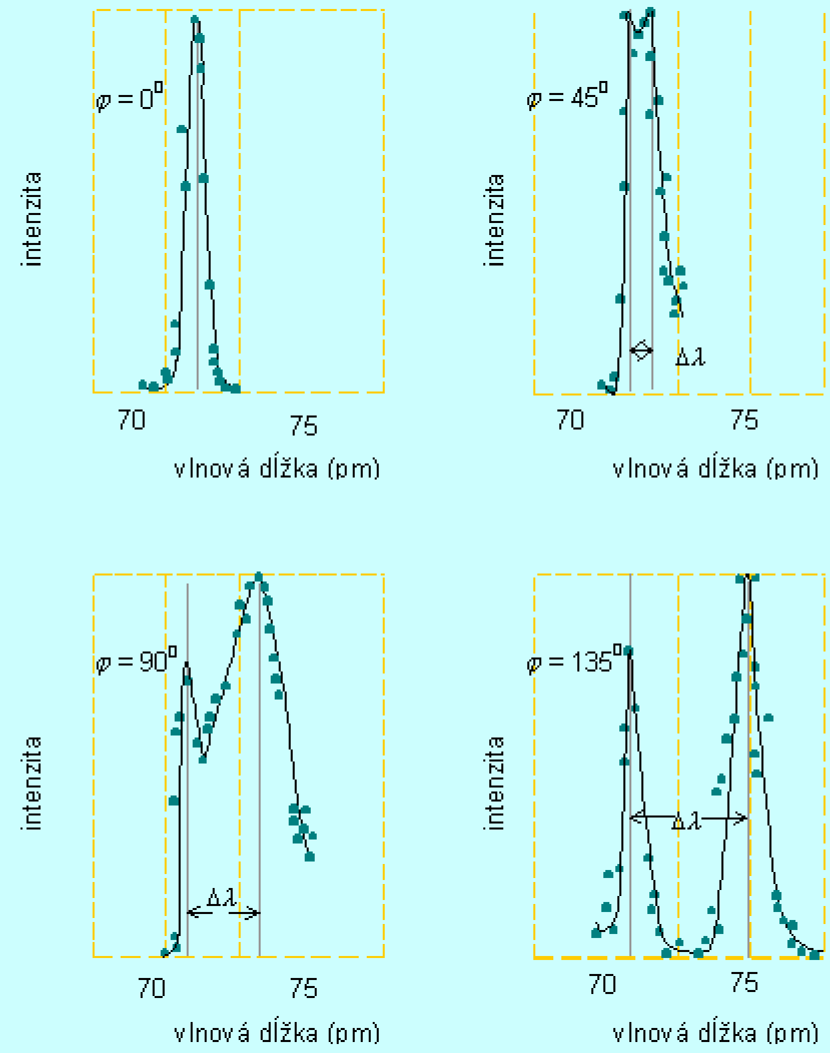
$$\boxed{h = e\frac{\Delta U_0}{\Delta \nu}} \qquad h = e\,\mathrm{tg}\,\alpha$$



Comptonov jav

Vo svojom experimente nechal dopadať zväzok röntgenových lúčov s vlnovou dĺžkou l = 71,1 pm na uhlíkový terč a skúmal intenzitu rozptýlených röntgenových lúčov terčom do priestoru.
Závislosť intenzity rozptýleného fotónu od vlnovej dĺžky pre štyri rozptylové uhly φ je na obrázkoch.

(φ = 0^0, 45^0, 90^0, 135^0)



Obr.13.1.4.1 Comptonov rozptyl

Comptonov jav

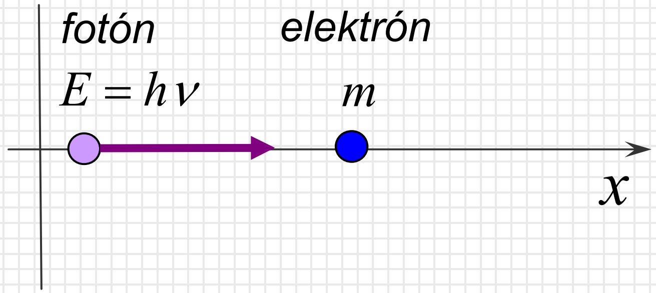
1) $$\frac{hc}{\lambda} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$ *Zákon zachovania energie*

2) $$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + p\cos\varphi$$ *Zachovanie hybnosti v smere osi x*

3) $$0 = p\sin\varphi - \frac{h}{\lambda'}\sin\theta$$ *Zachovanie hybnosti v smere osi y*

Návod: *a) 1) –hc/λ'; 1)^2*
b) 2)^2+3)^2
c) vyjadriť p^2 z b) a dosadiť do a)

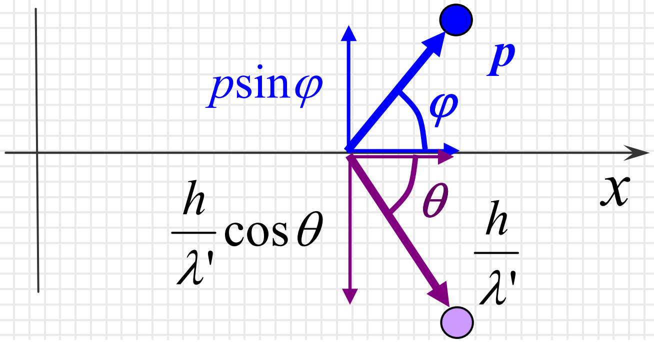
$$\boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1 - \cos\theta\right)}$$



$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ *Posun k väčšej vlnovej dĺžke*

Maximálny posun pre θ = 180°

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$$



Svetelné kvantum - fotón

Zhrnutie: Fotoelektrický jav a Comptonov jav sú v rozpore s vlnovou predstavou svetla. Nárast rýchlosti emitovaných elektrónov je v dôsledku rastúcej frekvencie. Podľa Maxwellovej teórie však energia svetelného lúča závisí od intenzity a nie od frekvencie.

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$$

Vysvetlením je Einsteinova hypotéza, že svetlo je tok svetelných kvánt tzv. fotónov. Ich energia je:

$$E = h\nu$$

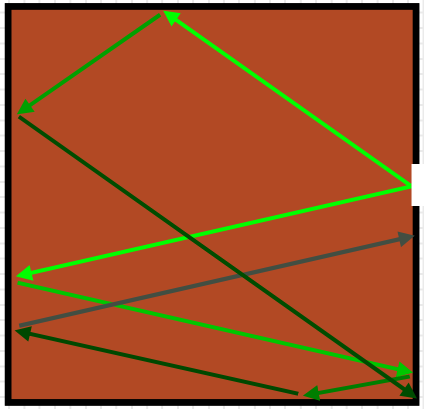
Táto hypotéza neneguje vlnovú teóriu, len ju dopĺňa. Svetlo teda v istých javoch sa prejavuje korpuskulárnymi vlastnosťami a inde zase vlnovými. To je tzv. dualizmus korpuskulárnych a vlnových vlastností.

Prepočet vlnovej dĺžky a energie:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E[eV] = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}625.10^{-34}\,Js.3.10^{8}\,ms^{-1}}{\lambda[\mu m].10^{6}.1{,}602.10^{-19}} \approx \frac{1{,}24}{\lambda[\mu m]}$$

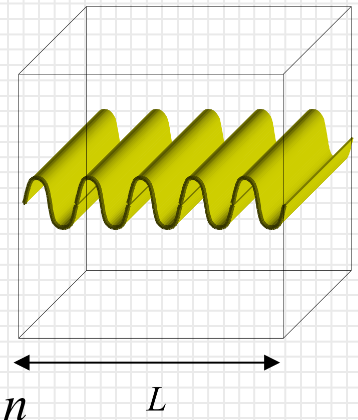
Žiarenie absolútne čierneho telesa (1)



Žiarenie dopadajúce cez otvor sa viacnásobnými odrazmi úplne absorbuje. Absolútne čierne teleso potom vyžaruje len žiarenie v dôsledku prijímanej energie.

$$f(\nu) = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

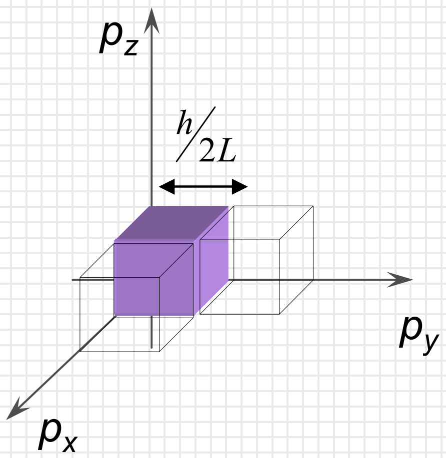
Bose-Einsteinova rozdeľovacia funkcia pre fotóny



$$n\frac{\lambda}{2} = L$$

$$n\frac{h}{2p} = L \Rightarrow p = \frac{h}{2L}n$$

$$p_x = \frac{h}{2L}n_x, \quad p_y = \frac{h}{2L}n_y, \quad p_z = \frac{h}{2L}n_z$$



Každý stav má teda objem: $\left(\frac{h}{2L}\right)^3$

Element objemu dV v ktorom sa počítajú stavy: $\mathrm{d}V = 4\pi p^2 \mathrm{d}p$

Celkový počet stavov v objeme celý objem/objem 1 stavu:

$$dN_0 = \frac{4\pi p^2 dp}{\left(\frac{h}{2L}\right)^3} 2 \frac{1}{8}$$

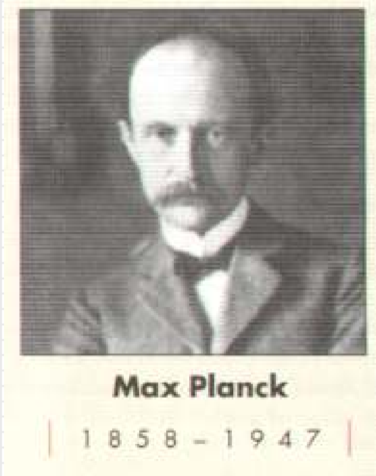
- 2 lineárne polarizované vlny
- len kladné p $\Rightarrow$ len kladný kvadrant (1/8)

Žiarenie absolútne čierneho telesa (2)

$$dN_0 = \frac{8\pi p^2 dp}{\left(\frac{h}{L}\right)^3}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

$$dp = \frac{h}{c} d\nu$$



$$dN_0 = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} L^3 d\nu$$ *Počet fotónov*

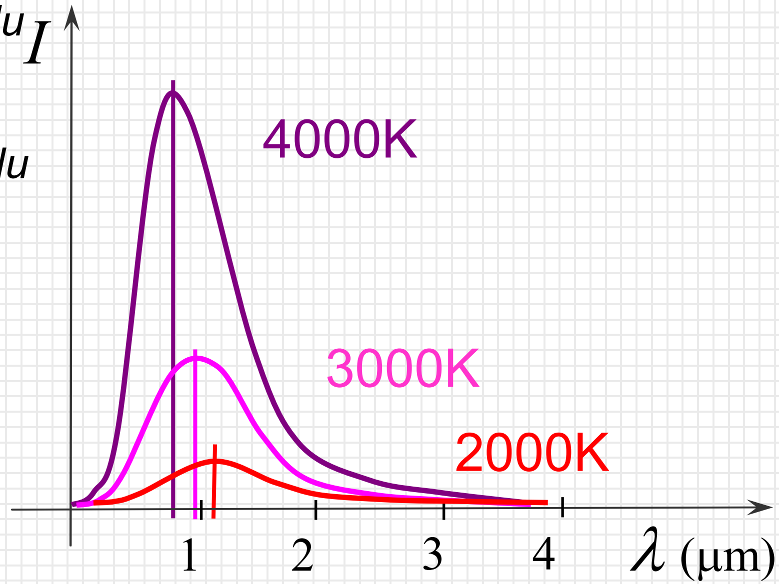
$$dn_0 = \frac{dN_0}{L^3} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$$ *Hustota fotónov*

$$dn_0 = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$ *Hustota fotónov z intervalu frekvencie* $\nu + d\nu$

$$u(\nu)\mathrm{d}\nu = dn_0.h\nu$$ *Hustota energie z intervalu frekvencie* $\nu + d\nu$

$$\boxed{u(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \mathrm{d}\nu}$$

Planckov vyžarovací zákon



Rayleighov-Jeansov zákon

$$h\nu < kT \qquad u(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\mathrm{d}\nu$$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx 1 + \frac{h\nu}{kT} - 1 = \frac{h\nu}{kT}$$

$$\boxed{u(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3}\mathrm{d}\nu}$$

Rayleighov-Jeansov zákon

Rayleighov-Jeansov zákon známy ako ultrafialová katastrofa, pretože pre malé λ (veľké ν) hodnota vyžarovanej energie diverguje.

(Pozn. RJ zákon predchádzal Planckovmu zákonu, ale nezodpovedal realite. Vylepšil ho až Planckov zákon.)

Wienov posuvný zákon

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \qquad |\mathrm{d}\nu| = \frac{c}{\lambda^2}|\mathrm{d}\lambda|$$

$$u(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\mathrm{d}\nu \quad \Rightarrow \quad u(\lambda)\mathrm{d}\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^5}\frac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}\mathrm{d}\lambda$$

$$\frac{\mathrm{d}u(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda} = 0$$

Transcendentná rovnica:

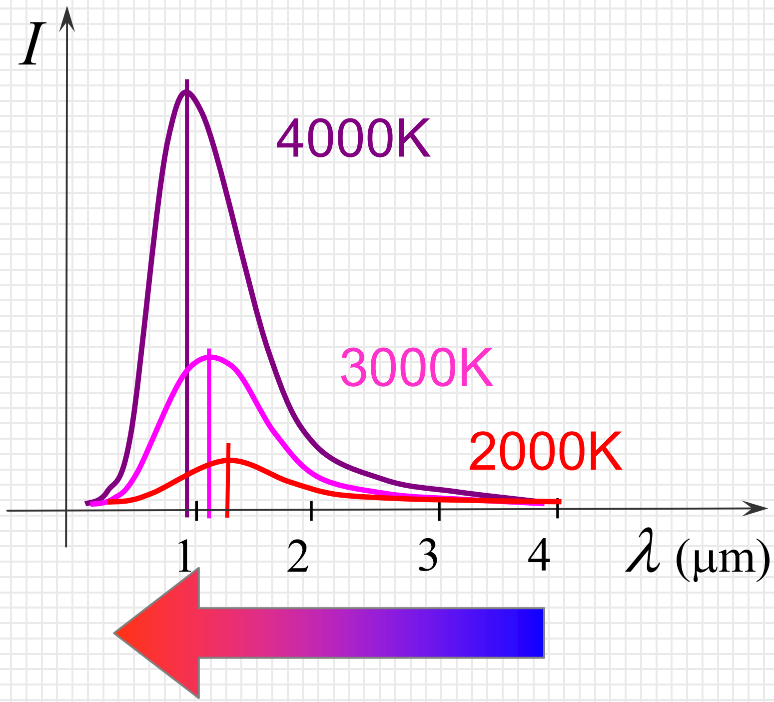
$$xe^x = 5(e^x - 1) \quad \textit{kde} \quad x = \frac{hc}{\lambda kT}$$

Jej koreň je pre ***x=4,9562*** *(viď simulácia Matlab). Potom platí:*

$$\lambda_{\max}T = \frac{hc}{4{,}965k} = 0{,}00288$$

$$\boxed{\lambda_{\max}T = 0{,}00288}$$

Wienov posuvný zákon



S rastúcou teplotou sa posúva maximum vyžarovanej energie ku kratším vlnovým dĺžkam.

Stefan-Boltzmanov zákon

$$u = \int_0^\infty u(\nu)\,\mathrm{d}\nu$$

Celková vyžiarená hustota energie v celom spektrálnom rozsahu

1) V prípade klasickej teórie RJ zákon ⇒

$$u = \int_0^\infty \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3}\,\mathrm{d}\nu$$

Výsledok integrálu dáva nekonečnú hodnotu, pretože pre veľké ν *diverguje (ultrafialová katastrofa).*

2) V prípade Planckovho zákona ⇒

$$u = \int_0^\infty \frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)}\,\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3}\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}\,\mathrm{d}x = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} T^4$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^4}{15}$$

$\boxed{u = \sigma T^4}$ $\boxed{\sigma \ldots 5{,}67.10^{-8}\,\mathrm{W m^{-2} K^{-4}}}$ *Stefan-Boltzmanova konštanta*

Stefan-Boltzmanov zákon

$\boxed{H = e\sigma S T^4}$ *Tepelný tok*

0<e<1 … Emisivita charakterizujúca povrch
S .... Plocha povrchu

Príklad na šírenie tepla žiarením

Určite tok tepla medzi holou hlavou plešatého muža ($t=37^oC$) a okolím s teplotou a) $t_1=20^oC$ a b) $t_2=-40^oC$.

$$\boxed{H = e\sigma S T^4}$$

$$S = 4\pi r^2$$

Polomer hlavy je približne r=120mm

$$H = 1.5{,}67.10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}.0{,}2\mathrm{m}^2\left[(310\mathrm{K})^4 - (T_1)^4\right]$$

a) Pre t_1 je tok tepla.

$$H = 20\mathrm{W}$$

a) Pre t_2 je tok tepla.

$$H = 70\mathrm{W}$$