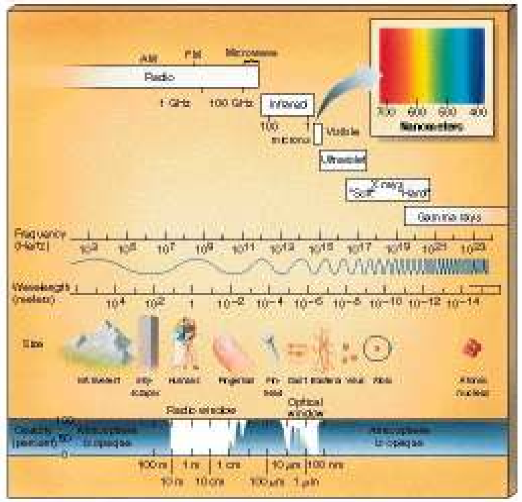
Elektromagnetické pole



Elektromagnetická vlna.
Maxwellove rovnice v integrálnom tvare a diferenciálnom tvare.
Vlnové rovnice pre E a B.
Vyjadrenie rýchlosti elektromagnetickej vlny.

Vlastnosti a znázornenie elmagn. vlny.

Elektromagnetická vlna

Pohyb náboja kde rýchlosť je periodickou funkciou času → *B (magnetické)*
E (elektrické)
(v čase sú tiež periodické,
šíria sa konečnou rýchlosťou svetla - c)

↓

existencia elektromagnetickej vlny (určitá f a λ) → $\boxed{c = \lambda f}$

Prvé zmienky o elmag. vlnách Faraday a neskôr ich teoreticky dokázal James Clerk Maxwell. Experimentálne ich prvýkrát objavil Heinrich Hertz.

J. C. Maxwell → *4 Maxwellove rovnice*

Všetky maxwellove rovnice v integrálnom tvare sme prebrali na doterajších prednáškach, len sme ich tak nenazvali.

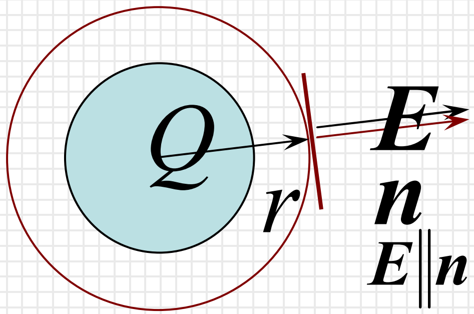
Pripomeňme si ich:

Gaussov zákon elektrostatiky – MR1

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$T = \oint_S \boldsymbol{E}.\boldsymbol{n}\mathrm{d}S = \oint_S E\mathrm{d}S = E\oint_S \mathrm{d}S = E4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}4\pi r^2$$

$$T = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

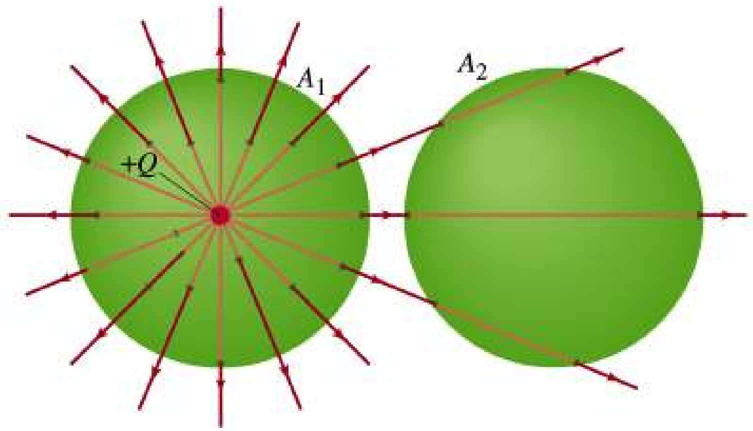


Gaussov zákon elektrostatiky – tok vektora intenzity cez uzavretú plochu je rovný náboju, ktorý táto plocha uzatvára, predelenému permitivitou vákua

$$\boxed{\oint_S \boldsymbol{E}.\boldsymbol{n}\mathrm{d}S = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

Ak je v uzavretej sústave n nábojov

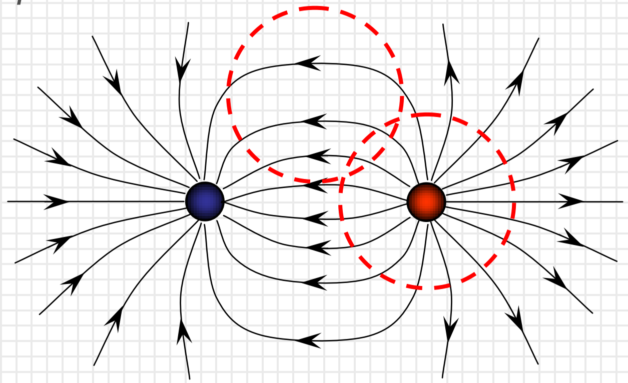
$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$



Gaussov zákon v magnetickom poli – MR2

Tok vektora intenzity cez uzavretú plochu v el. poli

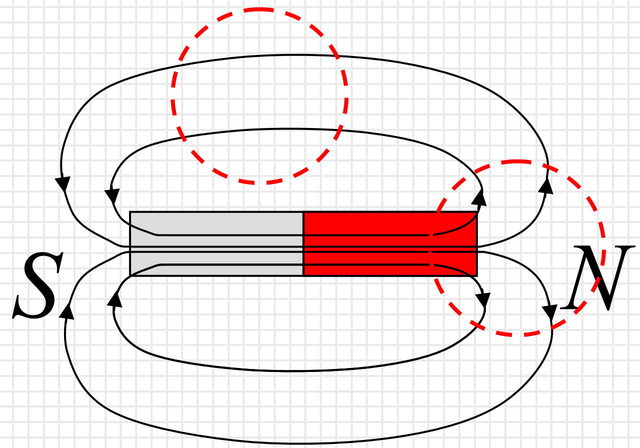
$$T = \oint_S \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



Magnetický indukčný tok cez uzavretú plochu v mg. poli

$$\Phi = \oint_S \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$ = ?

Akokoľvek zvolíme Gaussovu plochu indukčné čiary poľa vždy do nej vchádzajú a aj vychádzajú. Potom celkový magnetický indukčný tok je nulový

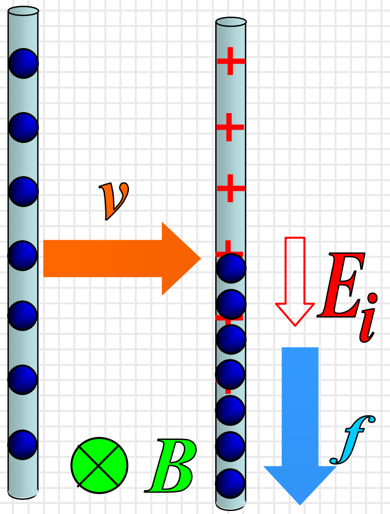


$$\Phi = \oint_S \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$$

Kým v el. poli náboj je akýmsi „monopólom“, tak v mg. poli taký ekvivalent neexistuje. Potom najjednoduchším zdrojom mg. poľa je dipól

Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie – MR3

Indukované elektromotorické napätie... U_i



$$\boldsymbol{f} = q\left(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right)$$

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$

Indukovaná intenzita

$$U_i = \oint \boldsymbol{E}_i.\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \oint\left(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right).\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

$$= \oint \boldsymbol{B}.\left(\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{v}\right)$$

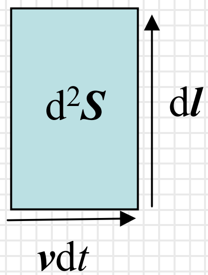
$$= -\oint \boldsymbol{B}.\left(\boldsymbol{v}\times\mathrm{d}\boldsymbol{l}\right)$$

$$= -\oint \boldsymbol{B}.\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$\boldsymbol{v}\times\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \frac{\boldsymbol{v}\mathrm{d}t\times\mathrm{d}\boldsymbol{l}}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{v}\times\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}t}$$



Dôkaz elmag. indukcie
29.august 1831

Faradayov zákon elmag. indukcie
Indukované EMN sa rovná zápornej časovej zmene indukčného toku v kovovej slučke.

$$\boxed{U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

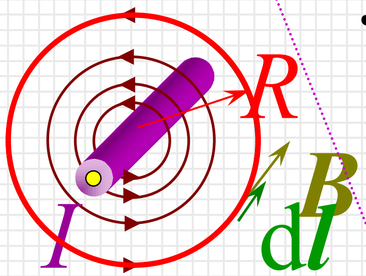
Ampérov zákon - MR4

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Pole v okolí nekonečne dlhého priameho vodiča

$$\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{l} \quad ?$$

Vzťah medzi magnetickým poľom vytvoreným prúdovodičom a prúdom po uzavretej dráhe charakterizuje Ampérov zákon



Prípad nekonečne dlhého vodiča

$$\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{l} \Rightarrow = \oint B\mathrm{d}l \Rightarrow = B\oint \mathrm{d}l \Rightarrow \boxed{= B(2\pi R)}$$

$$\boxed{B(2\pi R) = \mu_0 I} \Rightarrow \boxed{\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 I}$$

Ampérov zákon

Elektrické pole	Magnetické pole
$\boldsymbol{E} = k\dfrac{Q}{r^2}\boldsymbol{r}^0$	$\boldsymbol{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$
$\oint_S \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$	$\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 I$

Pozn. Ampérov zákon je ekvivalent Biot-Savartovho zákona v mg. poli, podobne ako Gaussova veta ekvivalent Coulombovho zákona v el. poli

Odvodenie vlnovej rovnice elmag. vlny pomocou Maxwellových rovníc

Maxwellove rovnice
(udávajú súvis medzi veličinami el. a mg. poľa)

uvažujeme lineárne prostredie, q=0

	v diferenciálnom tvare	v integrálnom tvare
1. MR Gaussov zákon v el. poli	$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 0$	$\oint \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = 0$
2. MR Gaussov zákon v mg. poli	$\operatorname{div} \boldsymbol{H} = 0$	$\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$
3. MR Faradayov zákon	$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu \dfrac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$	$\oint \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{S}$
4. MR Ampérov zákon	$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E} + \varepsilon \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$	$\oint \boldsymbol{B}.\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \sum I + \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{S}$

Pozn. Odvodenie vlnovej rovnice elmag. vlny pokračuje separáciou vektorov E a H z diferenciálneho tvaru MR 3 a 4. Pre jednoduchšie odvodenie môžeme využiť analógiu elmag. vlny s mechanickou vlnou a použiť vlnovú rovnicu mechanickej vlny.

Odvodenie vlnovej rovnice elmag. vlny z vlnovej rovnice pre mechanickú vlnu

$$\boxed{y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]}$$

Vlnová funkcia pre harmonickú mechanická vlnu

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi\frac{v}{\lambda}t\right] \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)}$$

2x parciálne derivovať podľa t a podľa x

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\sin(kx - \omega t)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Vlnová rovnica pre mechanickú vlnu

Vlna pre ***E*** a ***B***

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(x,t)$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(x,t)$$

Harmonická mechanická vlna

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

Vlna sa šíri v smere x, ale výchylky sú v smere y

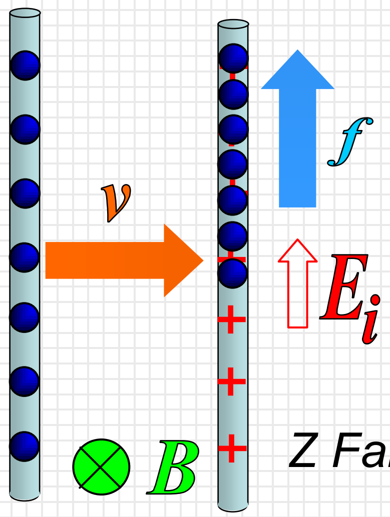
$$y \perp x$$

$$\boxed{\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_y(x,t)}$$

$B=?$

$$\boldsymbol{B} = B_y(x,t)$$

$$\boxed{\boldsymbol{B} = B_z(x,t)}$$



$$\boldsymbol{f} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Z Faradayovho zákona indukcie

Vlnová rovnica pre *E* a *B*

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad v^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \qquad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

v ... je rýchlosť šírenia elmag. vlny

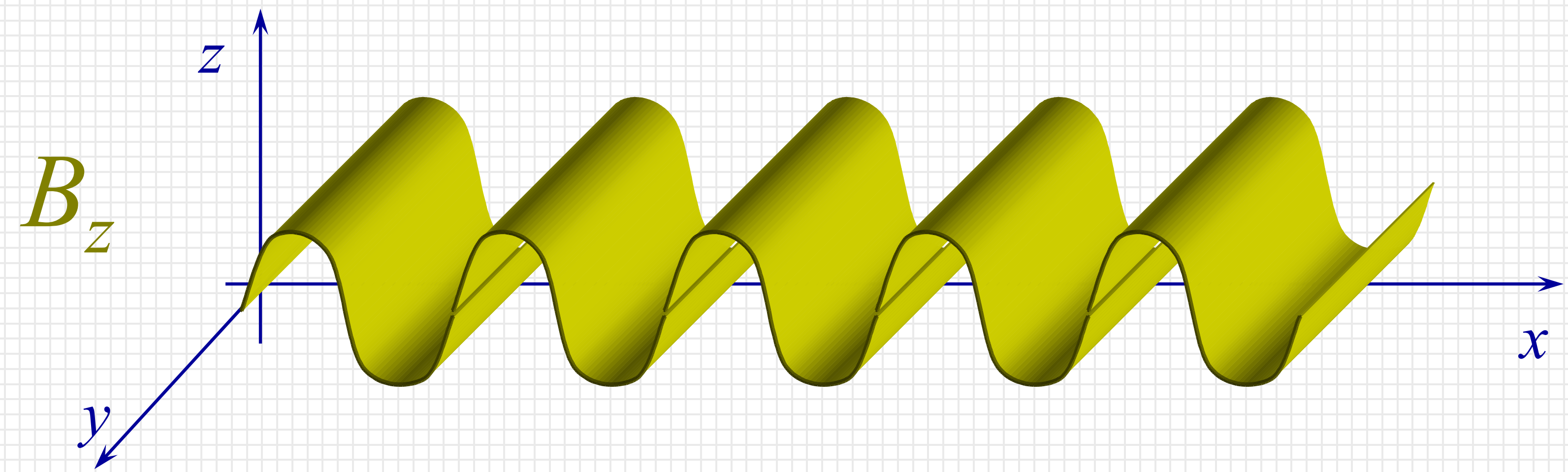
$$\boxed{\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial t^2}} \Rightarrow$$ Vlnová rovnica pre $\boldsymbol{E}_y$

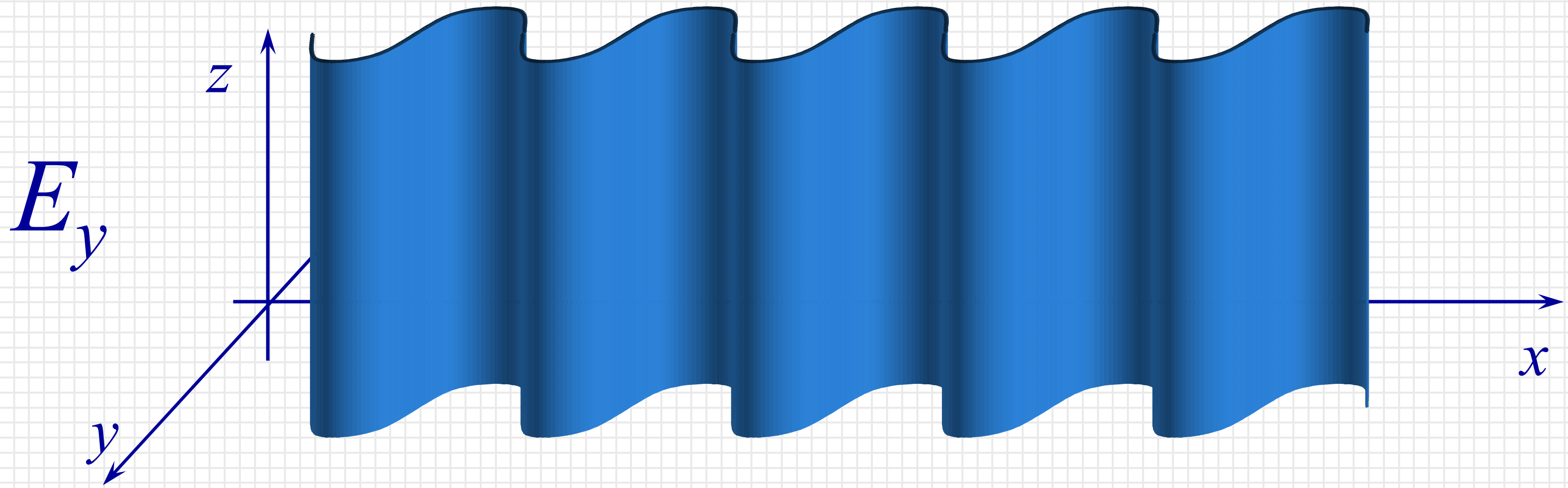
$$\boxed{\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}_z}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}_z}{\partial t^2}} \Rightarrow$$ Vlnová rovnica pre $\boldsymbol{B}_z$

$$\boxed{E_y = E_0 \sin\left(k_e x - \omega_e t\right)}$$ Harmonické riešenie vlnovej rovnice $\boldsymbol{E}_y$

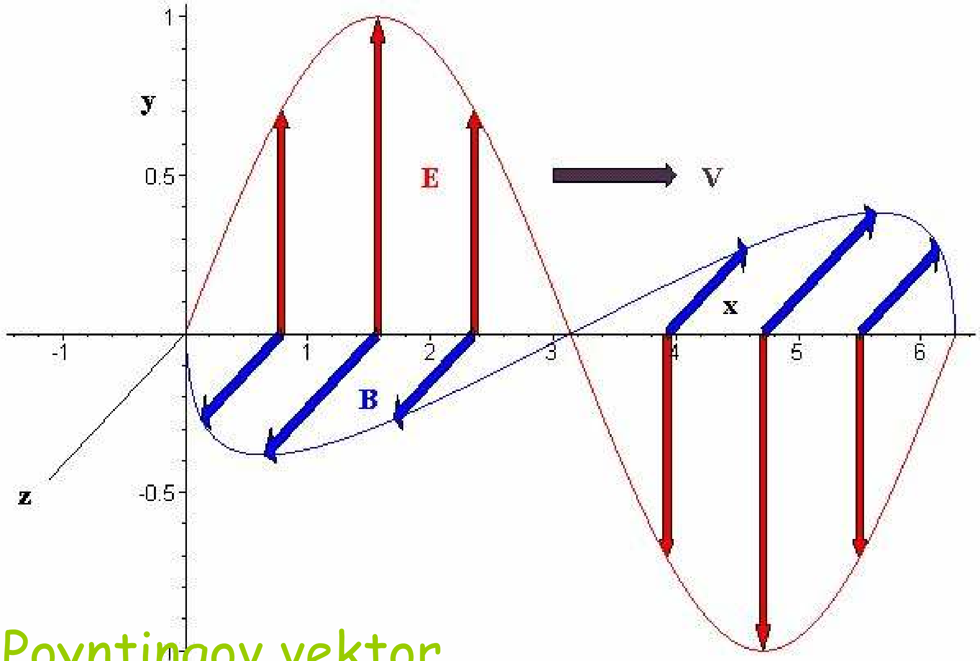
$$\boxed{B_z = B_0 \sin\left(k_b x - \omega_b t + \phi\right)}$$ Harmonické riešenie vlnovej rovnice $\boldsymbol{B}_z$

Rovinná vlna ***E*** a ***B***





Šírenie elektromagnetickej vlny, Poyntigov vektor



Zložky E_y a B_z šíriace sa pozdĺž x

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad v = c$$

$$c = 299\,792\,458\ ms^{-1} \approx 3.10^8\ ms^{-1}$$

c ... je rýchlosť svetla vo vákuu

Svetlo je elektromagnetická vlna

Poyntingov vektor

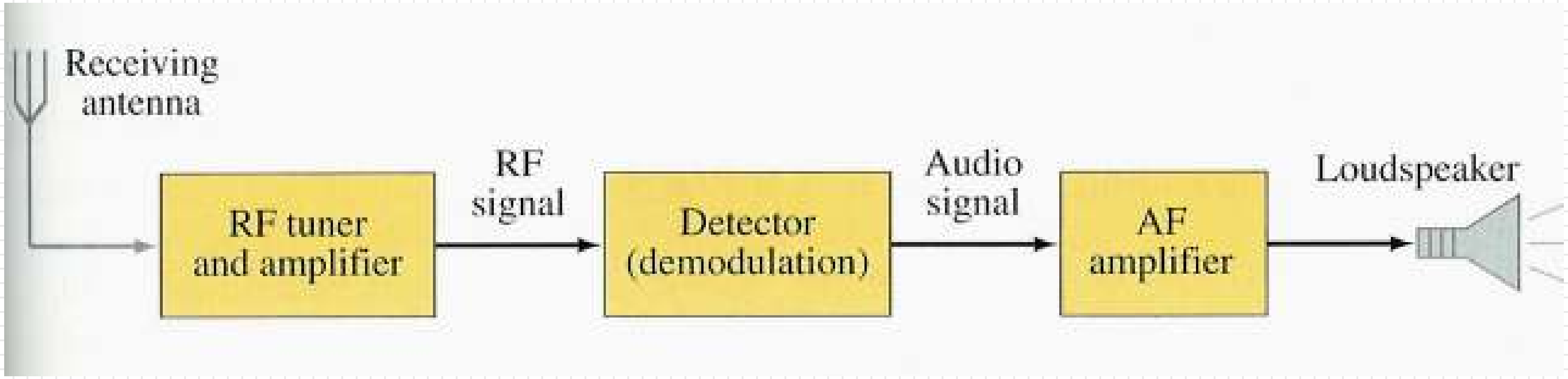
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = \vec{E} \times \vec{H}$$

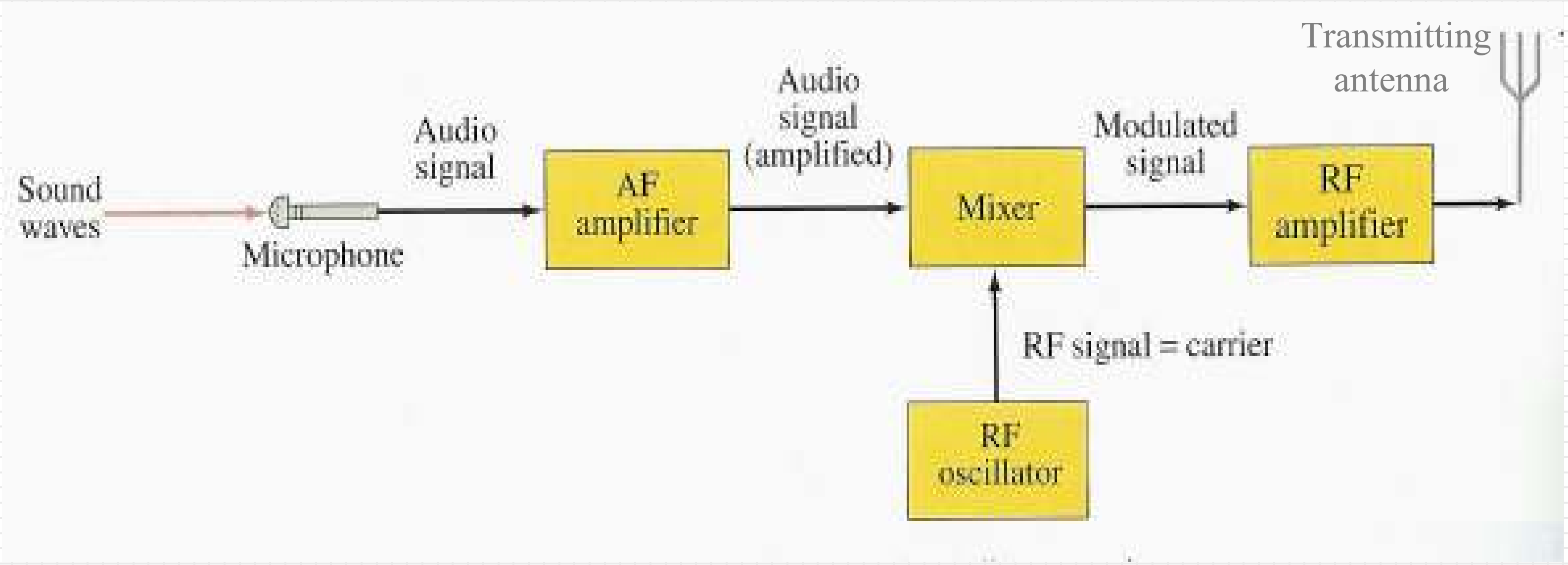
$$\mathrm{J} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1} = \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

Poyntingov vektor vyjadruje smer a hustotu toku energie

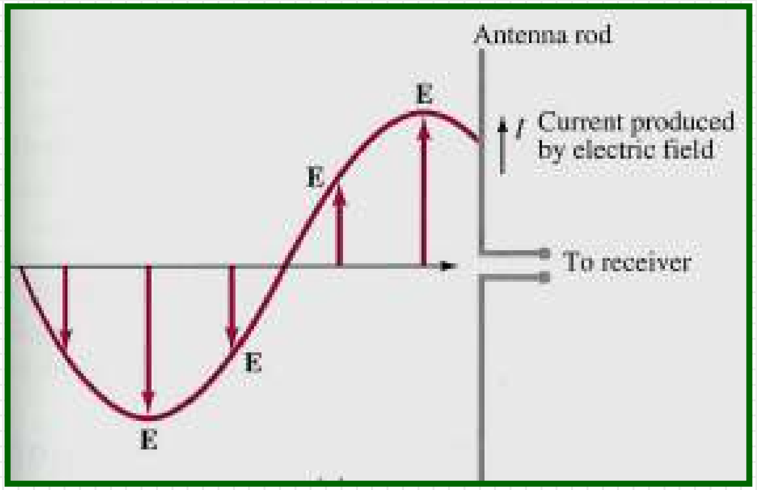
$$c = \frac{\lambda}{T} \Longleftrightarrow f = \frac{1}{T} \Longrightarrow c = \lambda f$$

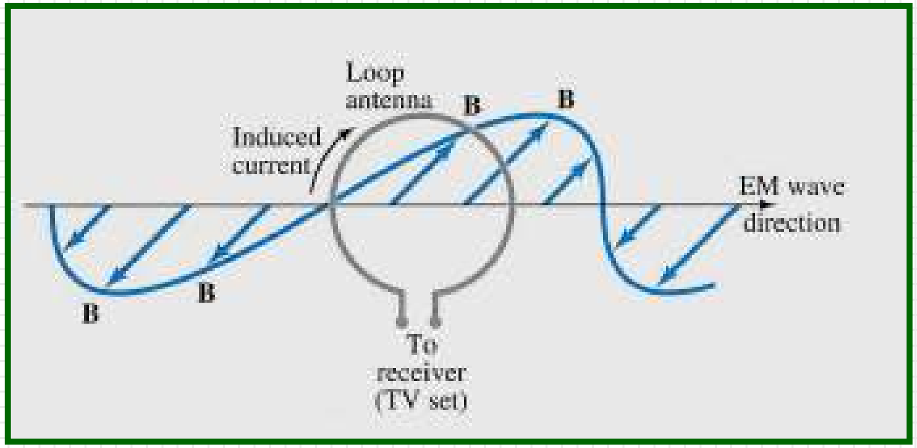
Rozhlas a televízia





Príjem signálu





Elektromagnetické spektrum