

## OPERÁCIE S VEKTORMI

- 1a.) Vypočítajte skalárny súčin vektora  $a = (2,3,-1)$  s vektorom  $b = (1,-1,4)$ .
- 2a.) Vypočítajte zložky vektora  $c = a - b$ , keď  $a = (5,-2,4)$ ;  $b = (1,-1,4)$ .
- 3a.) Nájdite zložky vektora  $k \cdot v$ , keď  $k = 2$ ,  $v = 4i - 3j + k$ .
- 4b.) Nájdite zložky jednotkového vektora, rovnobežného s vektorom  $u = (5,0,-12)$ .
- 5b.) Nájdite zložky vektorového súčinu  $r \times v$ , kde  $r = (-1,3,-2)$ ;  $v = (4,-1,2)$ .
- 6c.) Vyjadrite vektor  $c = 5i + 3j - 6k$  ako lineárnu kombináciu vektorov  $e_1 = j + k$ ,  $e_2 = i + k$ ,  $e_3 = i + j$ .
- 1a.) Skalárny súčin dvoch vektorov je rovný 10. Aký uhol (v radiánoch) zvierajú tieto vektor, ak ich veľkosti sú rovné 6 a 3.
- 2a.) Vypočítajte veľkosť vektora  $a = (3,4,-12)$ .
- 3a.) Nájdite zložky súčtu dvoch vektorov  $a = (5,-3,8)$  a  $b = (-4,6,-2)$ .
- 4b.) Vypočítajte vektorový súčin vektorov  $v = i - 3j + 2k$ ,  $u = 2i + k$ .
- 5b.) Rozložte vektor veľkosti 10 na dva navzájom kolmé vektor, z ktorých jeden má dĺžku 6. Aká je veľkosť druhého vektora?
- 6c.) Nájdite konštanty  $r$ ,  $s$  tak, aby platilo  $ra + sb = c$ , kde  $a = (3,2,0)$ ,  $b = (1,4,0)$ ,  $c = (5,1,0)$ .
- 1a.) Vypočítajte, aký uhol (v radiánoch) zvierajú vektoru  $a$ ,  $b$  a aký uhol zvierajú vektoru  $a$ ,  $c$  keď viete, že  $c = a \times b$ ,  $|a| = 3$ ,  $|b| = 2$ ,  $|c| = 4$ .
- 2a.) Vypočítajte veľkosť vektora  $c = (4,-7,3)$ .
- 3a.) Čomu sa rovná súčet vektorov  $a = (2,1,-3)$ ,  $b = (3,-1,0)$ ?
- 4b.) Nájdite zložky vektora  $v$ , aby platilo  $a + v = b$ , keď  $a = (-1,1,0)$ ,  $b = (2,0,1)$ .
- 5b.) Vypočítajte veľkosť skalárneho súčinu  $(a \times b) \cdot a$ , keď  $a = (3,-2,4)$ ,  $b = (2,-1,1)$ .
- 6c.) K vektoru  $a$  veľkosti 5 pripočítame vektor  $b$  veľkosti 2. Výsledný vektor má veľkosť 5. Čomu je rovný skalárny súčin  $a \cdot b$ ?
- 1a.) Vypočítajte veľkosť vektora  $a = (4,2,-4)$ .
- 2a.) Vypočítajte zložky vektora  $2a + 3b$ , kde  $a = (1,2,1)$ ,  $b = (-1,2,3)$ .
- 3a.) Vektoru  $a$  a  $b$  zvierajú uhol  $\pi/6$ , ich veľkosti sú  $a = 4$ ,  $b = 3$ . Nájdite ich skalárny súčin.
- 4b.) Aký uhol zvieria vektor  $v = i + 3j - 2k$  s osou Y?
- 5b.) Vektoru  $a$ ,  $b$  zvierajú uhol  $\pi/4$ . Nájdite veľkosť vektora  $a + b$ , keď  $a = 3$ ,  $b = 2$ .
- 6c.) Vektor  $c$  veľkosti 13 je kolmý na vektor  $a = (4,-1,0)$  aj na vektor  $b = (0,1,-3)$ . Nájdite jeho zložky.

## KINEMATIKA HMOTNÉHO BODU

- 1.) Polohový vektor hmotného bodu závisí od času nasledovne:

$$r = A \cdot \cos(C \cdot t) \cdot i + A \cdot \sin(C \cdot t) \cdot j + B \cdot t \cdot k,$$

kde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sú konštanty. Nájdite závislosť vektora rýchlosťi a zrýchlenia od času, a tiež veľkosť polohového vektora, rýchlosťi a zrýchlenia v čase  $t = 0$ .

- 2.) Automobil sa rozbieha z pokoja so zrýchlením  $1.5 \text{ m/s}^2$ . Po dosiahnutí rýchlosťi  $108 \text{ km/hod}$  prejde  $450 \text{ m}$  konštantnou rýchlosťou, potom brzdí so spomalením  $3\text{m/s}^2$  až do úplného zastavenia. Ako dlho trvá jazda a aká bola priemerná rýchlosť automobilu?

3.) Rieka šírky 100 m tečie rýchlosťou 0,3 m/s. Čln vyvinie na nehybnej hladine rýchlosť 0,5 m/s. Ako treba nasmerovať čln, aby sme preplávali kolmo cez rieku? Aká bude pritom rýchlosť člna vzhľadom k brehu a ako dlho trvá plavba? [ $\cos\alpha = -0,6$ ; 250 s]

4.) Rieka šírky 100 m tečie rýchlosťou 0,3 m/s. Čln vyvinie na nehybnej hladine rýchlosť 0,5 m/s. Ako treba nasmerovať čln, aby sme sa dostali najrýchlejšie na druhý breh? Aká bude pritom rýchlosť člina vzhľadom k brehu a ako dlho trvá plavba? [ $\cos\alpha = 0$ ; 0,58 m/s; 200 s]

5.) Plavec pláva rýchlosťou 0,4 m/s, rieka tečie rýchlosťou 0,5 m/s. Pod akým uhlom k brehu musí plávať plavec cez rieku širokú 200 m, aby ho rieka zniesla čo najmenej dolu vodou ? O akú vzdialenosť ho rieka v takomto prípade znesie ? [ $\cos\alpha = -0,8$ , 149 m]

6.) Automobil idúci rýchlosťou 90 km/hod rovnomerne spomalí na rýchlosť 54 km/hod na dráhe 100 m. Aké je zrýchlenie automobilu a ako dlho trvá brzdenie? [2 m.s<sup>-2</sup>; 5 s]

7.) Balón vypustený z povrchu zeme stúpa so zrýchlením 2 ms<sup>-2</sup>. Po piatich sekundách letu vypadne z gondoly balóna kamienok. Ako dlho bude kamienok padať na zem a akou rýchlosťou dopadne? Odpor vzduchu zanedbajte,  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ .

8.) Bicyklista idúci rýchlosťou 18 km/hod zvýšil rovnomerne svoju rýchlosť na 27 km/hod za dobu 10 s. Aké bolo pritom uhlové zrýchlenie kolies bicykla, ak priemer kolesa je 80 cm ? [0,625 m.s<sup>-2</sup>]

9.) Koleso zotrvačníka polomeru 50 cm sa začína otáčať so stálym uhlovým zrýchlením tak, že za dobu 20 s získa bod na obvode kolesa rýchlosť 50 m/s. Koľko otáčok vykoná koleso počas rozbehu? [159]

10.) Koleso otáčajúce sa s frekvenciou 600 otáčok za minútu sa vplyvom trenia zastaví, pričom vykoná ešte 500 otáčok. Za aký čas sa koleso zastaví a aké bude pritom jeho uhlové zrýchlenie ? [167 s; 22,6 m.s<sup>-2</sup>]

11.) Analýzou záznamu tachografu vozidla bolo zistené, že vozidlo z pôvodnej rýchlosťi 90 km/hod brzdilo podľa časovej závislosti  $v = v_0 - b.t^2$  a zastavilo za čas 16 s. Na akej dráhe vozidlo zastavilo a akú maximálnu hodnotu dosiahla veľkosť zrýchlenia počas pohybu? [277 m; 3,25 m.s<sup>-2</sup>]

12.) Podľa záznamu akcelerografu sa vozidlo z pokojového stavu rozbiehalo so zrýchlením, ktoré z počiatočnej hodnoty 1,5 m.s<sup>-2</sup> rovnomerne klesalo až na nulovú hodnotu za čas 30 s. Akú dráhu prešlo počas rozbehu a akú rýchlosť pohybu dosiahlo ? [450 m; 22,5 m.s<sup>-2</sup>]

13.) Elektrický rušeň sa rozbieha z pokoja so zrýchlením, ktoré rovnomerne rastie, a to tak, že v čase  $t_1 = 100$  s má zrýchlenie hodnotu  $a_1 = 0,5 \text{ ms}^{-2}$ . Vypočítajte, akú dráhu prejde za prvú minútu svojho pohybu a aká je jeho rýchlosť na konci prvej minúty. [180 m; 9 m/s]

14.) Zrýchlenie hmotného bodu pri jeho pohybe po priamke rovnomerne rastie z nulovej hodnoty v čase 0 po hodnotu 60 m/s<sup>2</sup> v čase 10 s. Akú dráhu prejde za prvých 5 s svojho pohybu, ak na začiatku bolo v pokoji ? [125 m]

15.) Teleso sa pohybuje po priamke so zrýchlením, ktoré súvisí s jeho rýchlosťou vzťahom  $a = A.[1 - v/B]$ , kde A, B sú kladné konštanty. Nájdite závislosť dráhy, rýchlosťi a zrýchlenia telesa od času, keď v čase  $t = 0$  bolo teleso v kľúde. [ $s = B.t + (B^2/A).\exp(-A.t/B)$ ;  $v = B(1 - \exp(-A.T/B))$ ;  $a = A.\exp(-A.t/B)$ ]

16.) Teleso sa pohybuje po priamke so zrýchlením, ktoré súvisí s jeho rýchlosťou vzťahom  $a = A.[1 - (v/B)^2]$ , kde A, B sú kladné konštanty. Nájdite závislosť dráhy, rýchlosťi a zrýchlenia telesa od času, keď v čase  $t = 0$  bolo teleso v kľúde.

17.) Teleso bolo vrhnuté šikmo nahor pod uhlom  $\alpha = \pi/6$  tak, že po dvoch sekundách letu bola jeho rýchlosť rovnako veľká, ako na začiatku. Vypočítajte veľkosť počiatočnej rýchlosťi telesa! ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ) [19,6 m/s]

18.) Rýchlosť hmotného bodu pri jeho pohybe po kružnici polomeru  $R$  rastie exponenciálne s časom podľa vzťahu  $v = v_0 \cdot e^{kt}$ . Vypočítajte, v akom okamihu zviera vektor zrýchlenia s vektorom rýchlosťou uhol  $\pi/4$ . [ $t = (1/k) \ln(kR/v_0)$ ]

19.) Teleso bolo vrhnuté vodorovným smerom rýchlosťou 30 m/s. Jeho rýchlosť pri dopade bola 50 m/s. Z akej výšky bolo teleso vrhnuté? ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ) [80 m]

20.) Teleso bolo vrhnuté z veže šikmo nahor rýchlosťou 15 m/s. Po troch sekundách letu bola jeho rýchlosť kolmá na pôvodný smer rýchlosťi. Vypočítajte uhol vrchu! ( $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ ) [ $\pi/6$ ]

21.) Pod akým uhlom k vodorovnej rovine bolo hodené teleso, keď jeho rýchlosť v najvyššom bode dráhy bola trikrát menšia ako jeho rýchlosť v okamihu vrchu? Odpoveď zadanú vzdialosť ! [ $\arccos(1/3)$ ]

22.) Teleso bolo vrhnuté šikmo nahor pod uhlom  $\pi/4$  tak, že po 2 sekundách letu bola jeho rýchlosť rovnako veľká, ako na začiatku. Aká bola počiatočná rýchlosť telesa? [14 m/s]

23.) Vypočítajte veľkosť normálového a tangenciálneho zrýchlenia kameňa, hodeneho šikmo nahor pod uhlom  $\alpha$  počiatočnou rýchlosťou  $v_0$  v okamihu vrchu. [ $a_n = g \cdot \cos \alpha$ ;  $a_t = g \cdot \sin \alpha$ ]

24.) Koleso polomeru 10 cm sa otáča tak, že bod na jeho obvode má počas pohybu rovnako veľké tangenciálne aj normálové zrýchlenie. Za aký čas dosiahne rýchlosť tohto bodu hodnotu 5 cm/s, keď na začiatku mala veľkosť 2 cm/s? [3 s]

25.) Po opustení stanice rýchlosť vlaku rovnomerne vzrástá a po troch minútach od opustenia stanice dosahuje na dráhe zakrivenej do tvaru kružnice s polomerom  $R = 600 \text{ m}$  hodnotu  $72 \text{ km.h}^{-1}$ . Treba určiť hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia po dvoch minútach od okamihu opustenia stanice. [ $0,11 \text{ m.s}^{-2}$ ;  $0,29 \text{ m.s}^{-2}$ ;  $0,316 \text{ m.s}^{-2}$ ]

26.) Koleso polomeru 10 cm, otáčajúce sa s frekvenciou 0.06 Hz, začalo brzdiť tak, že bod na jeho obvode mal počas brzdenia rovnako veľké tangenciálne aj normálové zrýchlenie. Za aký čas znížilo koleso rýchlosť na tretinu pôvodnej? [5,3 s]

27.) Hmotný bod koná pohyb po kružnici s polomerom  $R=10\text{cm}$  so stálym uhlovým zrýchlením  $4 \text{ s}^{-2}$ . Vypočítajte hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia na konci 5. sekundy od začiatku pohybu, keď v čase  $t=0$  bol hmotný bod v pokoji! [1000 m/s;  $0,4 \text{ m/s}$ ]

## DYNAMIKA HMOTNÉHO BODU

1.) Na hmotný bod hmotnosti 2 kg pôsobia sily  $F_1 = (3, 2, -4) \text{ N}$ ,  $F_2 = (2, -6, -2) \text{ N}$  a  $F_3 = (7, 0, 1) \text{ N}$ . Nайдите zložky a veľkosť zrýchlenia hmotného bodu. [ $(6, -2, -2.5) \text{ m.s}^{-2}$ ;  $6.8 \text{ m.s}^{-2}$ ]

2.) Aký je uhol medzi dvomi rovnakými silami, ak výsledná sila má veľkosť rovnú polovičnej veľkosti jednej sily? [ $151^\circ$ ]

3.) Medzi dve skoby upevnené v rovnakej výške proti sebe v rovnobežných stenách vzdialenosť 3,5 m od seba je priviazané tenké vlákno. Po zavesení záťaže hmotnosti 5 kg do stredu vlákna poklesne stred vlákna o 5 cm pod úroveň spojnice bodov upevnenia. Aká sila kolmá na steny sa snaží skoby vytrhnúť? [860 N]

4.) Pri rozbehu pôsobila na lokomotívu hmotnosti 40 t sila, ktorá vzrástala od nulovej hodnoty v počiatočnom stave pokoja priamo úmerne s časom. Rýchlosť pohybu 90 km/hod. dosiahla lokomotíva za čas 40s. Akú maximálnu hodnotu dosiahla počas pohybu trakčná sila? [50 kN]

5.) Na hmotné teleso pôsobí stále v tom istom smere sila, ktorej hodnota závisí od času podľa vzťahu  $F = F_0 \cdot kt$ , kde  $F_0 = 36 \text{ N}$  a  $k = 6 \text{ N.s}^{-1}$ . Na začiatku bolo teleso v pokoji. Počas prvých 10 sekúnd urazilo dráhu 100 m. Vypočítajte jeho hmotnosť! [ 8 kg ]

6.) Teleso hmotnosti  $m$  leží na naklonenej rovine, zvierajúcej uhol  $\pi/6$  s vodorovnou rovinou. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa bude teleso pohybovať, keď koeficient trenia telesa o podložku je 0.2 a kol'ko percent potenciálnej energie telesa sa pri pohybe premení trením na teplo? [3,2  $\text{m.s}^{-2}$ ]

7.) Na povrch vody dopadne rýchlosťou 2 m/s drevená guľka hustoty  $500 \text{ kgm}^{-3}$ . Vypočítajte, do akej maximálnej hĺbky sa guľka ponorí, keď na guľku padajúcu vo vode pôsobí okrem tiažovej sily vztaková sila a sila odporu prostredia, priamo úmerná rýchlosťi. Hustota vody je  $1000 \text{ kgm}^{-3}$ , sila odporu prostredia má pri rýchlosti 1 m/s veľkosť rovnú tiaži guľky. [9.2 cm]

8.) Sila pôsobiaca na teleso má veľkosť 5 N. Pod účinkom tejto sily sa teleso presunie o 3 m, pričom sila vykoná prácu 9 J. Aký uhol zviera sila s vektorom posunutia? [ $\cos\alpha = 0,6$ ]

9.) Vypočítajte, akú prácu vykoná sila  $F = (3, 2, 4) \text{ N}$ , keď sa jej pôsobisko presunie z bodu  $A = (2, 1, 0) \text{ m}$  do bodu  $B = (3, -4, 5) \text{ m}$ . [13 J]

10.) Akú prácu vykonáme, keď posunieme o 10 m hore naklonenou rovinou debnu hmotnosti 40 kg ? Koeficient trenia debny o rovinu je 0.2, uhol sklonu roviny je  $\pi/6$ . [2642 J].

11.) Akú prácu je treba vykonať pri stlačení nárazníkovej pružiny vagóna o 5 cm, keď na jej stlačenie o 1 cm treba silu 30 kN, a keď platí, že sila je priamo úmerná skráteniu pružiny? [3750 J]

12.) Automobil hmotnosti 900 kg dosiahne pri jazde s vypnutým motorom na ceste so sklonom 5 % ustálenú rýchlosť pohybu 75 km/hod. Aký výkon musí vyvinúť motor automobilu na vodorovnej ceste, aby sa vozidlo pohybovalo rovnomenrným pohybom rovnakou rýchlosťou?

13.) Strela hmotnosti 20 g preletí drevenou doskou, pričom jej rýchlosť poklesne zo 400 m/s na 100 m/s. Aký veľký je impulz sily, ktorou pôsobila doska na strelu? [ 6 N.s]

14.) Do akej hĺbky zarazíme do dreva klinec jedným úderom kladiva, keď rýchlosť, s ktorou dopadá kladivo na klinec je 6 m/s a hmotnosť kladiva je 1.5 kg ? Priemerná sila odporu dreva je 2000 N. [13,5 mm]

15.) Vypočítajte, ako priemernou silou pôsobí pri servise tenista na loptičku, ak rýchlosť servovanej loptičky je 180 km/hod, hmotnosť loptičky je 60 g a dotyk loptičky s raketou trvá 0.004 s ? [750 N]

16.) Kameň hmotnosti 0.5 kg vrhnutý kolmo nahor má vo výške 20 m kinetickú energiu 150 J. Akou rýchlosťou dopadne kameň na povrch zeme? Odpor vzduchu zanedbajte. [31,5 m/s]

17.) Teleso hmotnosti  $m_1 = 4 \text{ kg}$ , ležiace na naklonenej rovine, je spojené lankom cez kladku umiestnenú v najvyššom bode naklonenej roviny s telesom hmotnosti  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , visiacim pri okraji roviny. Uhol sklonu naklonenej roviny je  $\pi/3$ . Sila trenia je nulová, hmotnosť lanka a hmotnosť kladky zanedbajte. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa budú telesá pohybovať a akou silou je pri pohybe napínané lanko. [4,8  $\text{m.s}^{-2}$ ; 5 N]

18.) Vozík hmotnosti 3 kg stojí na vodorovných kolajničkách. Vo vodorovnom smere doň vnikne strela hmotnosti 10 g a uviazne v ňom, čím sa vozík posunie o 20 cm. Aká bola rýchlosť strely, ak je súčiniteľ trenia pri pohybe vozíka 0.01 ? [59,6 m/s]

19.) Do telesa hmotnosti  $5\text{kg}$ , visiaceho na lane dĺžky  $5\text{ m}$ , narazí vo vodorovnom smere strela hmotnosti  $50\text{ g}$  a pružne sa odrazí. Teleso sa v dôsledku toho vychýli zo svojej rovnováznej polohy o uhol  $\pi/2$ . Akú rýchlosť mala strela? [500 m/s]

20.) Dve telesá s hmotnosťami  $m_1 = 3\text{ kg}$  a  $m_2 = 2\text{ kg}$  sú pomocou lanka zavesené z oboch strán na kladke. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa budú telesá pohybovať a akou silou je pri pohybe napínané lanko. Hmotnosť kladky aj hmotnosť lanka zanedbajte,  $g = 10\text{ ms}^{-2}$ . [2 m.s $^{-2}$ ; 15,7 N]

21.) Teleso hmotnosti  $m_1 = 5\text{kg}$ , položené na stole, je spojené lankom cez kladku s telesom hmotnosti  $m_2 = 3\text{ kg}$ , visiacim pri okraji stola. Koeficient trenia telesa o stôl je rovný 0,1. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa budú telesá pohybovať a akou silou je pri pohybe napínané lanko. Hmotnosť kladky a hmotnosť lanka zanedbajte. [3,06 m.s $^{-2}$ ; 21 N]

22.) Sila veľkosti  $15\text{ N}$  má otáčavý účinok na teleso  $45\text{ Nm}$ . Aký uhol zviera sila s polohovým vektorom pôsobiska sily, ak je veľkosť tohto vektora  $6\text{ m}$ ? [ $\alpha = \pi/6$ ]

23.) Vypočítajte veľkosť a zložky momentu sily, keď sila  $F = (3, 4, 0)\text{ N}$ , ktorej pôsobisko leží v bode  $A = (2, 5, 0)\text{ m}$  uvádza do otáčavého pohybu teleso okolo bodu  $B = (-1, 4, 3)\text{ m}$ . [17,5 N.m; (12;-9;9)]

24.) Nedeformovaná pružina s tuhostou  $16\text{ kN.m}^{-1}$  má dĺžku  $0,4\text{ m}$ . Pružina je nasunutá na tyč a jeden jej koniec je pevne uchytený. Na druhom konci pružiny je upevnené závažie hmotnosti  $2\text{ kg}$ , ktoré môže bez trenia kŕzať pozdĺž tyče. Vypočítajte dĺžku pružiny, ak sústava sa otáča s uhlovou rýchlosťou  $40\text{ rad.s}^{-1}$  okolo osi, ktorá prechádza cez bod uchytenia pružiny! [0,5 m]

25.) Kruhová doska sa otáča okolo zvislej osi uhlovou rýchlosťou  $60\text{ rad.s}^{-1}$ . Vo vzdialosti  $20\text{ cm}$  od osi otáčania sa nachádza kocka malých rozmerov. Aký musí byť koeficient šmykového trenia medzi doskou a kockou, aby nedošlo k jej zošmyknutiu z dosky? [0,2].

26.) Na naklonenej rovine rovnomerne priamočiaro sa šmyka teleso rýchlosťou  $v$ . Vypočítajte faktor šmykového trenia medzi telesom a povrchom roviny, keď uhol sklonu roviny vzhľadom na vodorovný smer je  $30^\circ$ . [ $\mu = 0,6$ ]

27.) Vypočítajte impulz sily, ktorý dostane stena, ak na ňu narazí gulička hmotnosti  $7\text{ g}$  pod uhlom  $30^\circ$  vzhľadom na stenu rýchlosťou  $400\text{ m.s}^{-1}$ . [2,8 kg.m.s $^{-1}$ ]

28.) Vodorovná kruhová doska sa otáča okolo zvislej osi tak, že za minútu vykoná 120 otáčok. Pozdĺž jej polomeru sa rovnomerne pohybuje guľôčka hmotnosti  $5\text{ g}$  rýchlosťou  $v = 5\text{ cm.s}^{-1}$ . Treba určiť zotrvačnú silu, pôsobiacu na guľôčku v čase  $t = 20\text{ s}$ , keď v čase  $t = 0$  sa guľôčka nachádzala v strede dosky? (0,79 N)

## GRAVITAČNÉ POLE

1.) Vypočítajte potenciál a intenzitu gravitačného poľa drôtu hmotnosti  $m$ , ohnutého do tvaru kružnice s polomerom  $R$  v bode P na osi kružnice vo vzdialosti a od jej stredu!

2.) Najdite zrýchlenie, ktorým by telesá padali na povrchu Mesiaca, ak predpokladáme, že na telesá pôsobí len gravitačné pole Mesiaca a keď vieme, že hmotnosť a polomer Mesiaca sú  $M = 1/81 M_z$ ,  $R = 1/4 R_z$ , kde  $M_z$  je hmotnosť a  $R_z$  je polomer Zeme. ( $g = 0,2\text{ g}_z = 0,2 \cdot 9,81\text{ m.s}^{-2} = 1,962\text{ m.s}^{-2}$ )

3.) Teleso hmotnosti  $m = 0,8\text{ kg}$  je vymrštené smerom zvisle nahor. Pri svojom pohybe má vo výške  $h_1 = 10\text{ m}$  kinetickú energiu  $W = 196,2\text{ J}$ . Akú maximálnu výšku teleso pri tomto pohybe dosiahne? ( $h = 35\text{ m}$ )

- 4.) Vypočítajte potenciál a intenzitu gravitačného poľa hmotnej úsečky dĺžky  $l$  a hmotnosti  $m$  v mieste P, ležiacom v predĺžení úsečky vo vzdialosti a od jej konca!

5.) Ocel'ová gulôčka odskakuje od ocel'ovej podložky v 1-sekundových intervaloch. Ako vysoko sa gulôčka odráža? ( $h = 1,23$  m)

6.) Z výšky 195 m nad zemským povrchom voľne padá určité teleso. V okamihu, keď toto teleso začne padať, vyhodíme zo zemského povrchu zvisle nahor druhé teleso rýchlosťou  $v = 65 \text{ m.s}^{-1}$ . Kedy a v akej výške sa tieto telesá stretnú? ( $t = 3 \text{ s}; h = 150,9 \text{ m}$ )

7.) Lopta hodená zvisle na zem z výšky 1m vyskočí do výšky 6 m. Aká bola jej začiatočná rýchlosť, keď so stratami rýchlosťi v dôsledku odporu vzduchu nerátame? ( $v = 9,9 \text{ m.s}^{-1}$ )

8.) Z vodorovne ležiacej rúry s priemerom 8 cm vyteká za sekundu 5 l vody. V akej výške je rúra, keď voda z rúry dopadá do vzdialenosťi 0,8 m? ( $h = 3,17 \text{ m}$ )

9.) Vozidlo narazí na pevnú prekážku rýchlosťou 70 km/h. Akej výške pádu to zodpovedá, keď túto príhodu porovnáme so zrútením vozidla z určitej výšky? ( $h = 19,3 \text{ m}$ )

10.) Akou silou treba naraziť 40 kg baranidlom nadol z výšky  $h_1 = 50 \text{ cm}$ , aby vydalo rovnakú energiu ako pri voľnom páde z výšky  $h_2 = 75 \text{ cm}$ ? (196,2 N)

11.) V akej vzdialenosťi  $r_1$  od stredu Zeme bude predmet, ktorý sa nachádza medzi Zemou a Mesiacom, v beztiažovom stave?. Vzdialosť stredu Mesiaca od stredu Zeme  $r = 384400 \text{ km}$ , hmotnosť Mesiaca =  $1/81$  hmotnosti Zeme. ( $r_1 = 346000 \text{ km}$ )

12.) Akú vzdialosť od Zeme musí mať umelá družica, ktorá obieha tak, že sa zdá, že stojí nad určitým bodom rovníka? Polomer Zeme  $R = 6378 \text{ km}$ . ( $35882 \text{ km}$ )

## DYNAMIKA SÚSTAVY HMOTNÝCH BODOV A TUHÉHO TELESA

- 1.) Štyri hmotné body s hmotnosťami  $m_1 = 2$  g,  $m_2 = 5$  g,  $m_3 = 10$  g a  $m_4 = 7$  g sú rozložené v priestore postupne tak, že zaujímajú polohy  $A_1(3,4,5)$ ,  $A_2(-2,-3,-4)$ ,  $A_3(-4,2,7)$ ,  $A_4(1,-4,-6)$ , kde súradnice v zátvorkách sú udané v cm. Nájdite polohu tiažiska sústavy hmotných bodov!  $[-1,54;-0,62;0,75]$  cm]

2.) Daná je sústava 3 hmotných bodov s hmotnosťami  $m_1 = 5$  g,  $m_2 = 10$  g,  $m_3 = 15$  g. V čase  $t = 0$  sú v pokoji v polohách  $A_1(3,4,5)$ ,  $A_2(-2,4,-6)$ ,  $A_3(0,0,0)$ , kde súradnice v zátvorkách sú udané v cm. Účinkom vonkajších síl, ktorých vektorový súčet je vektor hodnoty  $F = 0,05$  N v smere osi  $x$ , sa dajú hmotné body do pohybu. Nájdite polohu tiažiska sústavy v čase  $t = 2$  s!  $(333,8; 2;-1,17)$  cm]

3.) Nájdite polohu tiažiska homogénneho telesa, ktoré má tvar polkruhovej dosky zanedbateľnej hrúbky s polomerom  $R$ .

4.) Nájdite polohu tiažiska drôtu ohnutého do tvaru štvrtkružnice polomeru 10 cm  $[(6,37;6,37)$  cm]

5.) Nájdite polohu tiažiska útvaru, ktorý vznikne tak, že sa z obdĺžnikovej dosky zanedbateľnej hrúbky sa stranami  $a$ ,  $b$  vyrezal na strane dĺžky  $b$  polkruh priemeru  $b$  a priložil sa na protiľahlú stranu dosky. [vid' Hajko,152]

6.) Nájdite polohu tiažiska homogénneho telesa tvaru polgule s polomerom  $R$  [vid' Hajko, 154 ]

7.) Nájdite polohu tiažiska drôtu ohnutého do tvaru písmena L s dlhšou stranou 20 cm a kratšou 10 cm.

8.) Vozík hmotnosti 3 kg stojí na vodorovných koľajničkách. Vo vodorovnom smere doň vnikne strela hmotnosti 10 g a uviazne v ňom, čím sa vozík posunie o 20 cm. Aká bola rýchlosť strely, ak je súčinatel' trenia pri pohybe vozíka 0,01 ?  $[60 \text{ m/s}]$

9.) Do telesa hmotnosti 5kg, visiaceho na lane dĺžky 5 m, narazí vo vodorovnom smere strela hmotnosti 50 g a pružne sa odrazí. Teleso sa v dôsledku toho vychýli zo svojej rovnovážejnej polohy o uhol  $\pi/2$ . Akú rýchlosť mala strela ? [500 m/s]

10.) Teleso hmotnosti  $m_1 = 5\text{ kg}$ , položené na stole, je spojené lankom cez kladku s telesom hmotnosti  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , visiacim pri okraji stola. Koeficient trenia telesa o stôl je rovný 0.1. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa budú telesá pohybovať a akou silou je pri po- hybe napínané lanko. Hmotnosť kladky a hmotnosť lanka zanedbajte [ $3,06 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ;  $21 \text{ N}$ ]

11.) Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej tyče dĺžky L a hmotnosti m vzhľadom na os kolmú na smer dĺžky tyče a prechádzajúcu a) koncovým bodom tyče, b) stredom tyče. [ $mL^2/3$ ;  $mL^2/12$ ]

12.) Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej kruhovej dosky polomeru R a hmotnosti m vzhľadom na os prechádzajúcu stredom dosky a) kolmo na rovinu dosky, b) v rovine dosky. [ $mR^2/2$ ;  $mR^2/4$ ]

13.) Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej gule polomeru R a hmotnosti m vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom! [ $2 mR^2/5$ ]

14.) Akou uhlovou rýchlosťou sa otáča okolo svojej osi homogénna guľa hmotnosti 5 kg a polomeru 10 cm, keď jej pohybová energia je 1 J. [10 rad/s]

15.) Akou uhlovou rýchlosťou rotuje okolo hlavnej osi teleso, keď jeho kinetická energia je rovná 5 J a moment hybnosti má veľkosť  $0.5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ? [20 rad/s]

16.) Akou rýchlosťou sa kotúľa po vodorovnej rovine valec polomeru 20 cm hmotnosti 5 kg, keď jeho celková kinetická energia je 180 J ? [6 m/s]

17.) Tyč dĺžky 1 m je upevnená tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi prechádzajúcej koncovým bodom tyče. Akú rýchlosť musíme udeliť koncovému bodu tyče, aby sa tyč pri svojom vychýlení zastavila vo vodorovnej polohe ? [5,43 m/s]

18.) V akej vzdialnosti od stredu máme upevniť homogénnu kruhovú dosku s polomerom 10 cm, aby sa kývala ako fyzikálne kyvadlo s minimálnou períodou ? [7 cm]

19.) Aká reaktívna sila ženie dopredu raketu, z ktorej za každú sekundu uniká 100 kg plynov, vzniknutých spálením paliva, relatívnu rýchlosťou 3000 m/s ? [ $F_r = 3 \cdot 10^5 \text{ N}$ ]

## KMITAVÝ POHYB

1.) Na pružine tuhosti 20 N/m je zavesené závažie hmotnosti 300 g. Aká je períoda kmitov tohto závažia ?

2.) Aká je frekvencia netlmeného harmonického pohybu hmotného bodu hmotnosti 2 g, keď amplitúda pohybu je 5 cm a celková energia hmotného bodu pri tomto pohybe je 0.3 J ?

3.) Teleso zavesené na pružine vykonáva kmitavý pohyb okolo svojej rovnovážejnej polohy s períódou 0.4 s. Vyjadrite závislosť výchyly telesa od času, keď maximálna výchylka je 5 mm a v čase nula má teleso výchylku -3 mm a smeruje do svojej rovnovážejnej polohy.

4.) Teleso hmotnosti 2 g kmitá okolo svojej rovnovážejnej polohy s períódou 0.05 s tak, že maximálna hodnota výchyly sa zmení z hodnoty 16 mm v čase nula na hodnotu 2 mm v čase 0.5 s. Vypočítajte, aký je útlm tohto pohybu.

5.) Homogénna kruhová doska polomeru 15 cm a hmotnosti 2 kg je upevnená na okraji tak, že sa môže kývať okolo vodorovnej osi kolmej na dosku. Vypočítajte jej dobu kmitu.

6.) Teleso o hmotnosti 5 g vykonáva tlmený kmitavý pohyb s períódou 0.5 s tak, že jeho celková energia sa za 3 s dvojnásobne zmenší. Vypočítajte koeficient útlmu tohto pohybu.

7.) Skúmavka, na dne ktorej je trochu piesku, pláva vo vode vo zvislej polohe tak, že je ponorená do  $2/3$  svojho objemu. Skúmavka má tvar valca výšky 15 cm a prierezu  $2 \text{ cm}^2$ .

Ak skúmaku trochu zodvihнемe a pustíme, začne vykonávať kmitavý pohyb vo zvislej rovine. Vypočítajte periódou kmitov. Hustota vody je  $1000 \text{ kg/m}^3$

8.) V U trubici vnútorného prierezu 0.5 cm je naliate 100 g ortuti. Ak hladinu ortuti v jednom ramene znížime voči rovnovážnej polohe (napr. fúknutím do trubice), začne ortut' v trubici kmitať. Vypočítajte periódou kmitov. Hustota ortute je  $13\,600 \text{ kg/m}^3$

9.) Aký je koeficient útlmu tlmených harmonických kmitov hmotného bodu, keď podiel dvoch za sebou nasledujúcich výchyliek na tú istú stranu sa rovná 2 a perióda tlmených kmitov je 0.5 s ? Aká by bola periódou netlmených kmitov za tých istých podmienok ?

10.) Nájdite amplitúdu výsledného harmonického pohybu, ktorý vznikne zložením dvoch jednosmerných kmitavých pohybov s rovnakou periódou, s amplitúdami 3 cm a 5 cm, keď rozdiel ich fáz je  $\pi/3$ .

11.) Na dne vodorovne položenej rúry vnútorného polomeru 30 cm leží valcová tyč polomeru 2 cm tak, že osi tyče a rúry sú rovnobežné. Hmotnosť tyče je 10 kg. Vypočítajte periódou kmitavého pohybu ľažiska tyče, ak tyč vykonáva valivý pohyb bez prešmykovania po dne rúry okolo svojej rovnovážnej polohy.

12.) Na oceľovom lanku dĺžky 2 m a priemeru 0.2 mm je zavesená kovová tyč dĺžky 30 cm a hmotnosti 0.5 kg tak, že bod upevnenia je v strede tyče a tyč má vodorovnú polohu. Ak tyč pootočíme o nejaký uhol okolo zvislej osi, začne vykonávať kmitavý pohyb. Vypočítajte periódou kmitov tyče. Modul pružnosti lanka v šmyku je  $G = 74 \text{ GPa}$ .

13.) Nájdite amplitúdu výsledného harmonického pohybu, ktorý vznikne zložením dvoch jednosmerných kmitavých pohybov s rovnakou periódou, s amplitúdami 3 cm a 5 cm, keď rozdiel ich fáz je  $\pi/3$ .

14.) Dva harmonické kmitavé pohyby blízkych frekvencií sa skladajú do výsledného pohybu, ktorý sa vyznačuje 5 rázmi za sekúndu. Aká je frekvencia druhého z týchto pohybov, keď prvý má frekvenciu  $f_1 = 40 \text{ Hz}$ ? ( $f_2 = 45 \text{ Hz}$ ?)

15.) Horizontálna doska koná harmonický pohyb vo vodorovnom smere s periodou  $T = 5 \text{ s}$ . Teleso, ktoré leží na doske, sa začína klzať, keď amplitúda kmitov dosiahne hodnotu 50 cm. Aký je koeficient trenia medzi závažím a doskou? (0,08).

16.) Na doske leží závažie hmotnosti 300 g. Doska koná harmonický pohyb vo zvislom smere s periodou  $T = 0,5 \text{ s}$  a amplitúdou 20 cm. Vyjadrite silu, ktorou závažie tlačí na dosku a vypočítajte amplitúdu tejto sily. (12,4 N).

17.) Vodorovná doska koná harmonický pohyb vo zvislom smere s frekvenciou  $f = 500 \text{ Hz}$ . Povrch dosky posypeme jemným pieskom. Aká je amplitúda kmitov dosky, ak meraním zistíme, že zrniečka piesku sú nad rovnovážnu polohu dosky vymršťované do výšky  $h = 3 \text{ mm}$ .

## VLASTNOSTI LÁTOK

1.) Kabína rýchlovýťahu má hmotnosť 200 kg. Keď je kabína na prízemí, dĺžka nenavinutej časti lana je 60 m. Vypočítajte, ako sa zmení dĺžka lana výťahu, keď na prízemí nastúpi do kabíny šesť ľudí o celkovej hmotnosti 500 kg. Prierez lana je  $2 \text{ cm}^2$ ,  $E = 210 \text{ GPa}$ .

2.) O koľko sa predĺží oceľový prút dĺžky 25 m pôsobením vlastnej váhy, keď visí upevnený za jeden koniec ? Prierez prútu je  $1 \text{ cm}^2$ , hustota ocele je  $7800 \text{ kg/m}^3$ , modul pružnosti v ĭahu je  $210 \text{ GPa}$ .

3.) Akú dĺžku by mal mať železný drôt, aby sa roztrhol vplyvom vlastnej váhy, keď ho na jednom konci zavesíme ? Hustota železa je  $7800 \text{ kg/m}^3$ , medza pevnosti železa je  $320 \text{ MPa}$ .

4.) Oceľové lanko má v nezaťaženom stave dĺžku  $L = 10$  m a zanedbateľnú hmotnosť. Lanko upevníme vodorovne medzi dvomi stĺpmi vzdialenosťmi od seba  $L$ , a uprostred lanka zavesíme lampu hmotnosti  $m = 10$  kg. Stred lanka sa v dôsledku toho prehne o  $y = 80$  mm. Vypočítajte polomer lanka, keď modul pružnosti ocele v tahu je  $E = 200$  GPa.

5.) Vysokonapäťový kábel sa skladá z oceľového jadra prierezu  $2 \text{ cm}^2$  a hliníkového opletenia prierezu  $3 \text{ cm}^2$ . Vypočítajte relatívne predĺženie kábla pri zaťažení tahovou silou  $10 \text{ kN}$ .

6.) Vysokotlaké potrubie je z medi a má vnútorný priemer  $10$  mm. Vypočítajte minimálnu hrúbku stien, keď potrubie musí vydržať tlak  $10 \text{ MPa}$ , pričom materiál môže byť (z dôvodov bezpečnosti) zaťažený maximálnym napäťím  $\sigma_p/3$ , kde  $\sigma_p = 210 \text{ MPa}$  je medza pevnosti medi.

7.) Poissonov modul ocele je  $3.22$ , jej modul pružnosti v tahu  $214 \text{ GPa}$ . Vypočítajte modul pružnosti ocele v šmyku.

8.) Dva kovové pásy (mosadzný a železný) rovnakej hrúbky  $0.4$  mm majú pri teplote  $0^\circ\text{C}$  rovnakú dĺžku a sú spojené tak, že tvoria rovnú doštičku. Keď ju zohrejeme, zdeformuje sa a bude mať tvar kruhového oblúka. Vypočítajte jeho polomer pri  $300^\circ\text{C}$ .

9.) Železná tyč sa dotýka obidvoma koncami pevných stien. Vypočítajte, o koľko ju musíme zohriat, aby na steny pôsobila tlakom  $5 \text{ MPa}$ ? Modul pružnosti v tahu železa je  $E = 206 \text{ GPa}$ .

## MECHANIKA KVAPALÍN

1.) Aerometer tvaru valca so závažím na dne sa ponorí vo vode do hĺbky  $h_0$ . Ako hlboko sa ponorí v kvapaline hustoty  $s$ ? Hustota vody  $s_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

2.) Do nádoby priteká voda rovnomerným prúdom, pričom za jednu sekundu priteče  $Q_v = 150 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Na dne nádoby je otvor s prierezom  $0.5 \text{ cm}^2$ . V akej výške sa ustáli voda v nádobe, ak zanedbáme zúženie vytiekajúceho vodného lúča otvorom a viskozitu vody?

3.) Trubicu ohnutú do pravého uhla vložíme do prúdiacej kvapaliny tak, že ústie trubice je obrátené proti prúdu kvapaliny. Ako vysoko vystúpi kvapalina v tejto trubici, keď v rovnej trubici, uloženej na tom istom mieste, vystúpi do výšky  $h_1$  a keď rýchlosť prúdenia kvapaliny v danom mieste je  $v_1$ ?

4.) Aká je kapilárna depresia ortuti v sklenej rúrke polomeru  $r=1 \text{ mm}$ , keď povrchové napätie ortuti  $\sigma = 0.433 \text{ N.m}^{-1}$  a keď krajový uhol (t.j. uhol, ktorý zviera rozhranie ortuť - vzduch so sklenou stenou) je  $\alpha = 180^\circ$ ?

5.) Aká sila  $F$  je potrebná na zdvihnutie rovinnej hate, ktorá je pod tlakom vody, ak hmotnosť hate je  $250 \text{ kg}$ , šírka hate  $3 \text{ m}$  a hĺbka vody  $1.5 \text{ m}$  a keď koeficient trenia hate o opory je  $0.3$ ?

6.) Kúsok skla má tiaž  $1,3 \text{ N}$ . Vo vode je jeho zdanlivá tiaž  $0,824 \text{ N}$ . Aká je hustota skla? Hustota vody je  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

7.) Injekčná striekačka má plošný obsah piesta  $S_1 = 1.2 \text{ cm}^2$  a jej otvor má prierez  $S_2 = 1 \text{ mm}^2$ . Ako dlho bude vytiekať voda zo striekačky uloženej vo vodorovnej rovine, ak na piest bude pôsobiť sila  $F = 4,9 \text{ N}$  a ak sa piest posunie celkom o dĺžku  $d = 4 \text{ cm}$ ? (Vnútorné trenie zanedbajte!)

8.) Do akej výšky vystúpi voda v dôsledku kapilarity medzi dvomi zvislými platňami s dokonale zmáčavým povrhom, ktorých vzdialosť je  $0.1 \text{ mm}$ ? Povrchové napätie vody je  $0.074 \text{ N/m}$ , jej hustota  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

9.) Po vodorovnej rovine posúvame rýchlosťou  $2 \text{ m/s}$  dosku plochy  $0.05 \text{ m}^2$  na vrstve oleja. Hrubka vrstvy je  $0.5 \text{ mm}$ , viskozita oleja je  $0.1 \text{ Pa.s}$ . Nájdite silu, ktorá udržiava dosku v rovnomenom pohybe.

12.) Guľôčka z materiálu hustoty  $2500 \text{ kg/m}^3$  má polomer 1 mm. Necháme ju voľne padat' v kvapaline s viskozitou  $1.48 \text{ Pa.s}$  a hustoty  $1260 \text{ kg/m}^3$ . Aká bude rýchlosť guľôčky po čase 3 s od začiatku pohybu a akú dráhu prejde za tento čas?

## KALORIMETRIA

1.) Teplomer ponorený do vody hmotnosti  $6.7 \text{ g}$  zvýšil svoju teplotu o  $14.6 \text{ K}$  a ukazuje teplotu  $32.4^\circ\text{C}$ . Aká bola teplota vody pred meraním, ak tepelná kapacita teplomera je  $\text{K} = 1.93 \text{ J K}^{-1}$  a merná tepelná kapacita vody je  $4186 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ?

2.) Do nádrže s tepelnou kapacitou  $2 \text{ kJ K}^{-1}$ , obsahujúcej  $35 \text{ kg}$  oleja teploty  $30^\circ\text{C}$  sme pri kalení ponorili oceľový predmet ohriaty na  $800^\circ\text{C}$ . Vypočítajte, aká je hmotnosť tohto predmetu, keď po jeho vložení sa teplota oleja ustálila na  $58^\circ\text{C}$ . Merná tepelná kapacita oleja je  $1700 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ , merná tepelná kapacita oceľe je  $460 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

3.) Vypočítajte, koľko ľadu teploty  $0^\circ\text{C}$  možno zmiešať so  $6 \text{ kg}$  vody teploty  $90^\circ\text{C}$ , aby výsledná teplota vody v kalorimetri bola  $5^\circ\text{C}$ ? Tepelnú kapacitu kalorimetra možno zanedbať. Skupenské teplo topenia ľadu je  $334 \text{ kJ kg}^{-1}$ , merná tepelná kapacita vody je  $4186 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

4.) V medenom kalorimetri hmotnosti  $200 \text{ g}$  sa nachádza  $300 \text{ g}$  vody teplej  $0^\circ\text{C}$  a  $20 \text{ g}$  ľadu rovnakej teploty. Vypočítajte, koľko vodnej pary teploty  $100^\circ\text{C}$  treba zaviesť do kalorimetra, aby sa po dôkladnom premiešaní ustálila teplota na  $40^\circ\text{C}$ . Skupenské teplo kondenzácie pary je  $2256 \text{ kJ kg}^{-1}$ , skupenské teplo topenia ľadu je  $334 \text{ kJ kg}^{-1}$ , merná tepelná kapacita vody je  $4186 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

5.) V medenom kalorimetri hmotnosti  $120 \text{ g}$  je  $200 \text{ g}$  vody teploty  $18^\circ\text{C}$ . Ak do kalorimetra vpustíme  $20 \text{ g}$  vodnej pary teploty  $100^\circ\text{C}$ , ustália sa teplota na  $71.6^\circ\text{C}$ . Aké je skupenské teplo varu vody? (Merná tepelná kapacita vody je  $4186 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

6.) V kalorimetri je  $340 \text{ g}$  vody teploty  $12^\circ\text{C}$ . Keď do kalorimetra nalejeme ešte  $200 \text{ g}$  vody  $56^\circ\text{C}$  teplej, ustália sa po premiešaní teplota na  $27^\circ\text{C}$ . Vypočítajte tepelnú kapacitu kalorimetra. (Merná tepelná kapacita vody je  $4186 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

7.) Kalorimeter s tepelnou kapacitou  $300 \text{ J.K}^{-1}$  je naplnený  $1.5 \text{ kg}$  horúcej vody teploty  $90^\circ\text{C}$ . Za  $15$  minút poklesne teplota vody o  $8 \text{ K}$ . Aká bude teplota vody po  $2$  hodinách od jeho naplnenia, keď množstvo tepla, ktoré prejde stenami kalorimetra do okolia, je úmerné rozdielu teplôt kalorimetra a okolia? Teplota okolia je  $18^\circ\text{C}$ . (Merná tepelná kapacita vody je  $4186 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

Materiálové konštandy: Súčinitel dĺžkovej teplotnej rozťažnosti [ $10^{-6}\text{K}^{-1}$ ]: mosadz 19, železo 12, med 17, zinok 29, sklo 10. Merná tepelná kapacita [ $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ]: voda 4186, olej 1700, ľad 2090, oceľ 460, hliník 896, med 383, olovo 129, ortuť 139.

## VLASTNOSTI PLYNU

1.) Ideálny plyn má pri teplote  $30^\circ\text{C}$  a tlaku  $200 \text{ kPa}$  objem  $240 \text{ m}^3$ . Aký bude objem plynu, keď teplota klesne na  $10^\circ\text{C}$  a tlak sa zvýší na  $250 \text{ kPa}$ ?

2.) Aký náklad unesie balón objemu  $1000 \text{ m}^3$ , naplnený vzduchom teplým  $150^\circ\text{C}$ , keď hmotnosť samotného balónu s príslušenstvom je  $160 \text{ kg}$  a teplota okolitého vzduchu je  $30^\circ\text{C}$ ? Tlak vzduchu v balóne aj v okolí je  $100 \text{ kPa}$ , hustota vzduchu pri tlaku  $100 \text{ kPa}$  a teplote  $0^\circ\text{C}$  je  $1.3 \text{ kg m}^{-3}$ .

3.) Hustota vzduchu pri tlaku  $100 \text{ kPa}$  a teplote  $80^\circ\text{C}$  je  $1.0 \text{ kg m}^{-3}$ . Pri akej teplote bude pri tlaku  $150 \text{ kPa}$  hustota vzduchu taká istá?

- 4.) Vypočítajte hustotu vodíka pri atmosférickom tlaku 101 kPa a pri teplote 0°C, keď viete, že hmotnosť atómu vodíka je  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg a Avogadrovo číslo je  $6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ !
- 5.) Pri aknej teplote je stredná kvadratická rýchlosť molekúl dusíka práve polovičná ako pri izbovej teplote ( $t_1=20^\circ\text{C}$ )?
- 6.) Stredná voľná dráha molekúl vodíka za normálnych podmienok (100 kPa, 273 K) je 128 nm. Aký je priemer vodíkovej molekuly?
- 7.) V jednom valci objemu  $5 \text{ m}^3$  je kysličník uhoľnatý s tlakom 15 MPa, v druhom valci objemu  $8 \text{ m}^3$  je vodík s tlakom 22 MPa pri rovnakej teplote. Aký bude výsledný tlak zmesi po spojení oboch nádob?
- 8.) Tlaková bomba obsahuje kyslík teploty 300 K a tlaku 12 MPa. Ako sa zmení tlak v bombe, keď polovicu plynu vypustíme, pričom teplota poklesne o 30 K?
- 9.) V priestore nad ortuťou v ortuťovom barometri je malé množstvo vzduchu, v dôsledku čoho ukazuje barometer nižší tlak ako v skutočnosti. Pri tlaku 100 kPa je výška ortuťového stĺpca 730 mm. Aký je skutočný tlak vzduchu, keď barometer ukazuje 690 mm? Dĺžka barometrickej trubice je 85 cm.
- 10.) Pomocou kinetickej teórie plynov určite mernú tepelnú kapacitu za stáleho objemu pre argón, dusík a oxid uhličitý. Výsledky porovnajte s tabuľkovými hodnotami.

## TERMODYNAMIKA

- 1.) Koľko tepla sa musí chladením odobrat' pri izotermickom stlačení 3 molov CO<sub>2</sub> teploty 250 K z tlaku 240 kPa na tlak 720 kPa ?
- 2.) Ako sa zmení entropia 2 kg vody teploty 100°C, ak sa premení na paru tej istej teploty ? ( $c = 4,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ;  $lv = 2,26 \text{ MJ kg}^{-1}$ )
- 3.) Vzduch hmotnosti 10 g, tlaku 100 kPa a objemu 7 litrov zväčší izobaricky svoj objem na 20 litrov. Dodáme mu pritom 1900 J tepla. Ako sa zmení jeho vnútorná energia ?
- 4.) Ideálny tepelný stroj odoberie počas jedného cyklu 20 kJ tepla zo zásobníku teploty 200°C. Akú prácu vykoná tento stroj za 30 cyklov, keď teplota chladiča je 120°C ?
- 5.) Koľko tepla je treba dodať ideálному jednoatomovému plynu objemu 3 litre, aby pri stálom tlaku 0,2 MPa zväčšil svoj objem na dvojnásobný?
- 6.) Ideálny dvojatomový plyn teploty 20°C a tlaku 1,5 MPa adiabaticky stlačíme z objemu 5 m<sup>3</sup> na 3 m<sup>3</sup>. Aká bude jeho výsledná teplota ?
- 7.) Vo zvislom valci s piestom výšky l<sub>0</sub> a s prierezom S je plyn s tlakom p<sub>0</sub>. Aká veľká práca sa vykoná pri zmenšení plynom vyplneného priestoru na pätnu pôvodnej výšky pri stálej teplote?
- 8.) Koľko tepla treba na izotermickú expanziu 4 litrov vodíka tlaku 0,08 MPa na dvojnásobný objem? Aký bude výsledný tlak?
- 9.) Pri izotermickom stlačení  $V_1 = 4,5 \text{ litrov}$  vzduchu z pôvodného tlaku  $p_1 = 99 \text{ kPa}$  sa okoliu odovzdalo  $Q' = 1,1 \text{ kJ}$  tepla. Vypočítajte tlak a objem vzduchu po stlačení!
- 10.) Aký je teoreticky najpriaznivejší stupeň účinnosti parného stroja, ktorý pracuje s parou teplou 180°C a ktorého kondenzátor má teplotu 50°C?
- 11.) Plynu hmotnosti m=100g pri stálom tlaku sme dodali určité teplo: plyn zmenil svoju teplotu z  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  na  $t_2 = 110^\circ\text{C}$  a vykonal prácu 1817 J. O aký plyn ide, aký je prírastok jeho vnútornej energie pri tomto deji a koľko tepla sme mu dodali?
- 12.) Vypočítajte zmene entropie jedného gramu vody teploty 100°C a zmene entropie jedného gramu nasýtenej pary teploty 100°C vzhľadom na stav v kvapalnom skupenstve pri teplote 0°C!